EL DIABLO DE LOS NÚMEROS

Hans Magnus Enzensberger

Siruela

Un libro para todos aquellos
que temen a las Matemáticas

La séptima noche

-Estoy preocupada -dijo la madre de Robert-. No sé lo que le pasa a este chico. Antes siempre estaba en el patio o en el parque, jugando al fútbol con Albert, Charlie, Enzio y los otros. Ahora está todo el día metido en su cuarto. En vez de hacer sus deberes, ha extendido en la mesa un gran pliego de papel y pinta liebres.

-Calla -dijo Robert-. Me confundes. Tengo que concentrarme.

-Y se pasa el día murmurando números, números, números. Eso no es normal.

Hablaba para sus adentros, como si Robert no estuviera en la habitación.

-Antes nunca se interesaba por los números. Al contrario, siempre se quejaba de su profesor por los deberes de matemáticas. Sal de una vez a tomar el aire -gritó por fin.

Robert levantó la cabeza de la hoja y dijo:

-Tienes razón. Si sigo contando liebres me dará dolor de cabeza.

Y Robert salió de casa. En el parque había una enorme pradera por la que no corría ni una sola liebre.

-Hola, Robert -gritó Albert al verle venir-. ¿Juegas?

También estaban Enzio, Gerardo, Ivan y Karol. Estaban jugando al fútbol, pero a Robert no le apetecía. No tienen ni idea de cómo crecen los árboles, pensó.

Cuando volvió a casa, era bastante tarde. Nada más cenar, se fue a la cama. Precavido, se metió un grueso rotulador en el bolsillo del pijama.

-¿Desde cuándo te vas tan pronto a la cama? -se sorprendió su madre-. Antes siempre querías quedarte lo más posible.

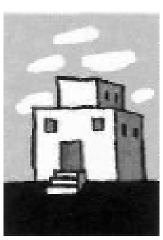
Pero Robert sabía muy bien lo que quería, y sabía también por qué no le contaba nada a su madre. No le hubiera creído cuando le hubiera dicho que las liebres, los árboles e incluso los moluscos saben contar, y que era amigo de un diablo de los números.

Apenas se había dormido cuando el anciano apareció.

-Hoy voy a enseñarte algo estupendo -dijo.

-Lo que sea, menos liebres. He pasado todo el día rompiéndome la cabeza con ellas. Siempre confundo las blancas y las pardas.

-¡Olvídalo! Ven conmigo.



Llevó a Robert hasta una casa blanca en forma de cubos. También dentro todo estaba pintado de blanco, incluso la escalera y las puertas. Llegaron a una gran habitación desierta, blanca como la nieve.

-Aquí ni siquiera puede uno sentarse -se quejó Robert-. ¿Y qué clase de ladrillos son ésos?

Se acercó hasta el alto montón que había en la esquina y miró los ladrillos con más atención.

-Parece cristal o plástico -constató-. Grandes cubos. Dentro de ellos brilla algo. Tienen que ser filamentos eléctricos, o algo por el estilo.

-Electrónica -dijo el anciano-. Si quieres, construiremos una pirámide.

Cogió el primer par de cubos y los puso en fila en el blanco suelo.

-Ahora tú, Robert.

Siguieron construyendo hasta que la fila tuvo el siguiente aspecto:

-¡Alto! -gritó el diablo de los números-. ¿Cuántos cubos tenemos ahora?

Robert contó.

-Diecisiete. Pero es una cifra coja -dijo.

-No tan coja como tú piensas. Sólo tienes que restarle uno.

-Dieciséis. Otra vez un número saltado. Un dos saltado cuatro veces: 24.

-Fíjate -dijo el anciano-. Te das cuenta de todo. Pero ahora sigamos construyendo. El siguiente ladrillo se pone siempre sobre la grieta entre los dos anteriores, exactamente igual a como hacen los al-añiles.

-O. K. -dijo Robert-. Pero esto nunca llegará a ser una pirámide. Las pirámides tienen tres o cuatro esquinas en la base, y esta cosa es plana. Esto no se convertirá en una pirámide, sino en un triángulo.

-Bien -dijo el diablo de los números-. Entonces construiremos un triángulo.

Y siguieron hasta que estuvo listo.

-¡Listo! -gritó Robert.

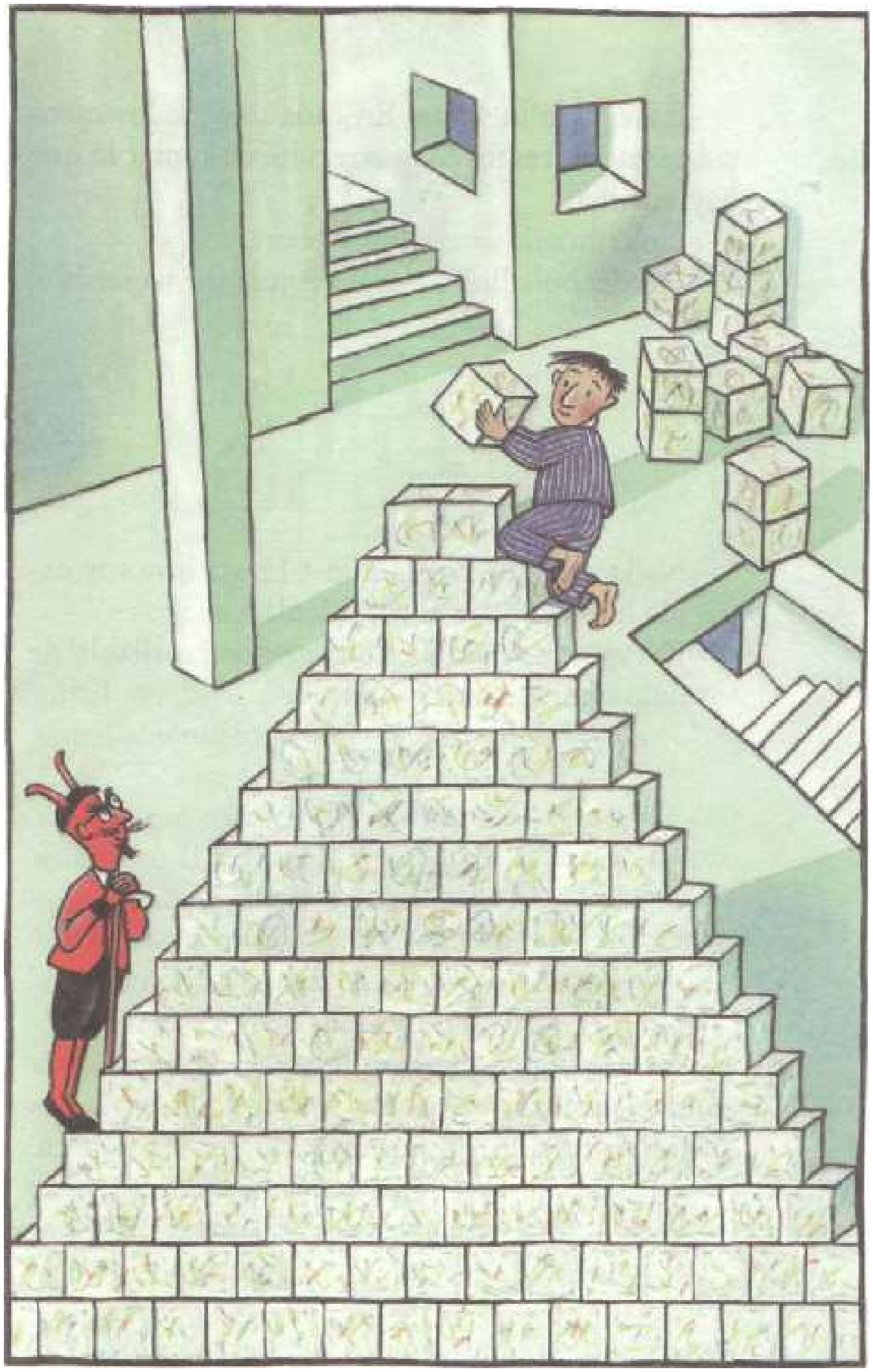
-¿Listo? Ahora es cuando empieza lo bueno.

El diablo de los números trepó por un lado del triángulo y escribió un uno en el cubo más alto.

-Como siempre -murmuró Robert-: ¡tú y tus unos!

-¡Claro! -respondió el anciano-. Todo empieza en el uno. Ya lo sabes.

-Pero ¿cómo sigue?

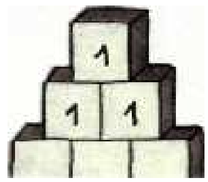


«Parece cristal o plástico», constató Robert. «Grandes cubos. Dentro brilla algo. Tienen que ser filamentos eléctricos o algo por el estilo.»

-Enseguida lo verás. En cada uno de los otros cubos escribiremos lo que resulte de sumar lo que hay encima.

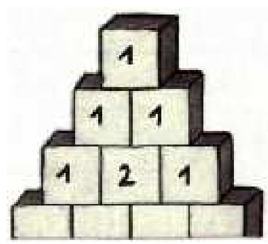
-Una obra de arte -dijo Robert.

Sacó del bolsillo su grueso rotulador y escribió:



-Nada más que unos -dijo-. Hasta yo soy capaz de hacerlo incluso sin calculadora.

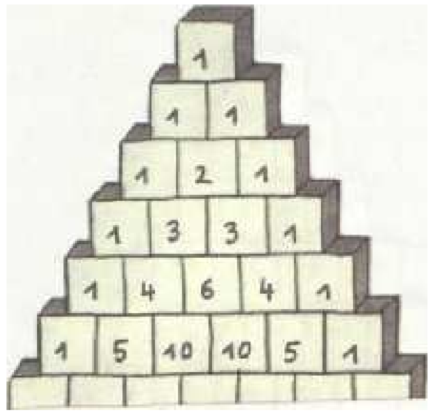
-Enseguida serán más. Sigue -gritó el diablo de los números, y Robert escribió:



-Un juego de niños -dijo.

-No seas tan arrogante, querido. Espera a ver cómo sigue.

Robert calculó y escribió:



-Ya veo, las cifras al borde son unos, no importa lo abajo que lleguemos. Y las de al lado en diagonal también puedo escribirlas enseguida, son sencillamente los números normales: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7...

-¿Y qué pasa con la siguiente diagonal, la que está justo al lado de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7...? Lee las primeras cuatro cifras -el diablo de los números había vuelto a poner su sonrisa astuta, y Robert leyó de arriba a la derecha abajo a la izquierda:

-1, 3, 6, 10... Me suenan familiares.

-Cocos, cocos -gritó el anciano.

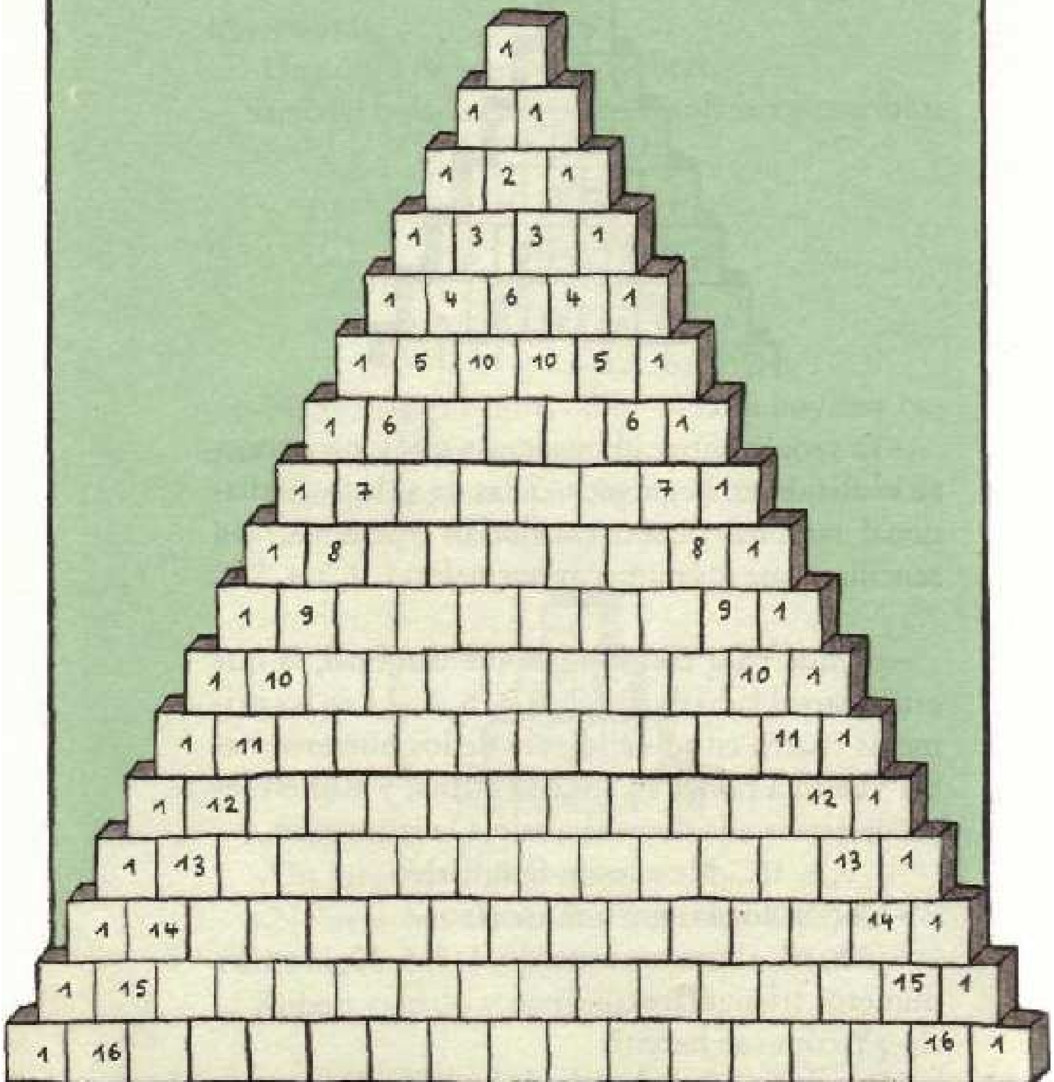
-¡Ah, sí!, ahora me acuerdo. 1, 3, 6, 10... son los números triangulares.

-¿Y cómo se hacen?

-Por desgracia lo he olvidado -dijo Robert.

-Muy sencillo:

Anduvo subiendo y bajando por el triángulo, y escribió:



$1 + 2 = 3$

$3 + 3 = 6$

$6 + 4 = 10$

$10 + 5 = 15$

-...15 + 6 = 21 -prosiguió Robert.

-¡Ahí lo tienes!

De esa forma, Robert escribió cada vez más números en los cubos. Por una parte, la cosa era cada vez más fácil, porque ya no tenía que estirarse tanto, pero, por otra, las malditas cifras se volvían cada vez más elevadas.

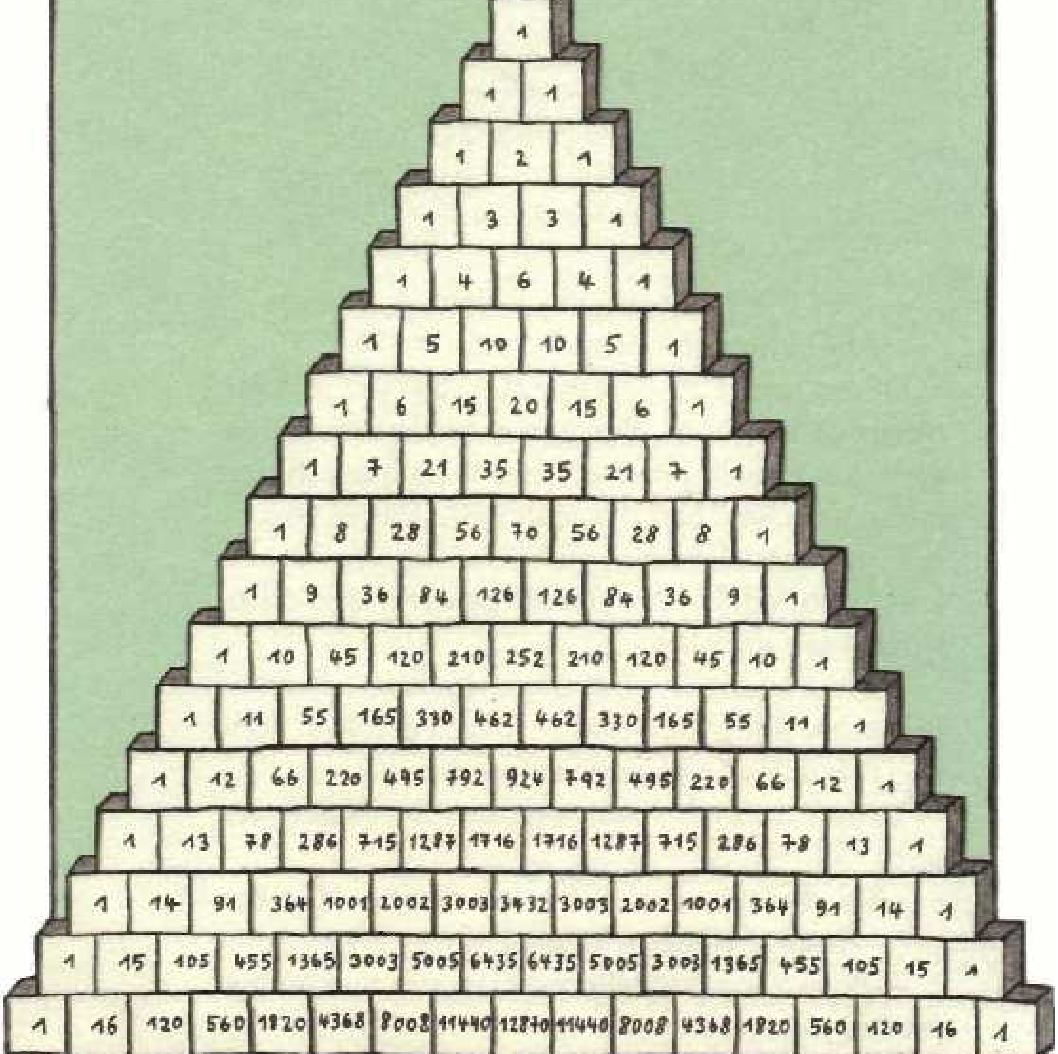
-¡Ehhh! -dijo-. No puedes pedirme que calcule todo eso de cabeza.

-Como tú digas -contestó el anciano-. Pero no te excites. ¡Que todo esto se vaya al diablo si no lo hago en un abrir y cerrar de ojos!

Y, a un ritmo de locos, escribió el triángulo entero.

-Ahí abajo se vuelve un rato estrecho -dijo Robert-. ¡12870! ¡Qué auténtico!

-Oh, eso son pequeñeces. Hay aún mucho más en este triángulo.


1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1
1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1
1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1
1 13 78 286 715 1287 1716 1716 1287 715 286 78 13 1
1 14 91 364 1001 2002 3003 3432 3003 2002 1001 364 91 14 1
1 15 105 455 1365 3003 5005 6435 6435 5005 3003 1365 455 105 15 1
1 16 120 560 1820 4368 8008 11440 12870 11440 8008 4368 1820 560 120 16 1

¡Así es! Quizá creáis que esto sólo sirve para romperse la cabeza. ¡Falso! Lo contrario es lo que es cierto. Es cosa de gente vaga, a la que no le gusta hacer muchas cuentas. Si, por ejemplo, queréis saber qué sale al sumar los doce primeros números triangulares, sólo tenéis que coger la tercera fila en diagonal a la derecha hacia abajo, la que empieza con 1, 3, 6, 10. Seguid con el dedo hasta el cubo número doce de esta fila. Luego buscad el número que está justo debajo a la izquierda. ¿ Cuál es?

De este modo os habréis ahorrado calcular cuántos son 1+3 + 6 + 10 + 15 + 21 + 28 + 36 + 45 + 55 + 66 + 78.

»*¿Sabes lo que hemos construido? -preguntó el* diablo de los números-. ¡Esto no es un simple triángulo, es un monitor! Una pantalla. ¿Por qué crees que todos los cubos tienen vida electrónica interior? Sólo tengo que conectar esta cosa y se iluminan.

Dio unas palmadas y la habitación se oscureció. Luego dio otra más, y el cubo de arriba del todo se iluminó en rojo.

-Otra vez el uno -dijo Robert.

Cuando el anciano volvió a dar palmas, la primera línea se apagó y la segunda brilló como un semáforo que pasa a rojo.

-Quizá puedas sumarla -dijo.

- 1 + 1 = 2 -murmuró Robert-. ¡No es que sea precisamente sensacional!

El diablo de los números dio otra palmada, y la tercera línea se volvió roja.

- 1 + 2 + 1 = 4 -exclamó Robert-. No hace falta que sigas dando palmadas. Ya lo he entendido. Se trata de nuestros viejos conocidos, los doses saltarines. La siguiente línea sale 2 x 2 x 2 o 23, igual a 8. Etcétera: 16, 32, 64. Hasta que el triángulo termina por abajo.

-La última línea -dijo el anciano- da 216, y eso es bastante: 65.536, por si quieres saberlo con exactitud.

-¡Mejor que no!

-Está bien -el diablo de los números batió palmas, y volvió a hacerse la oscuridad.

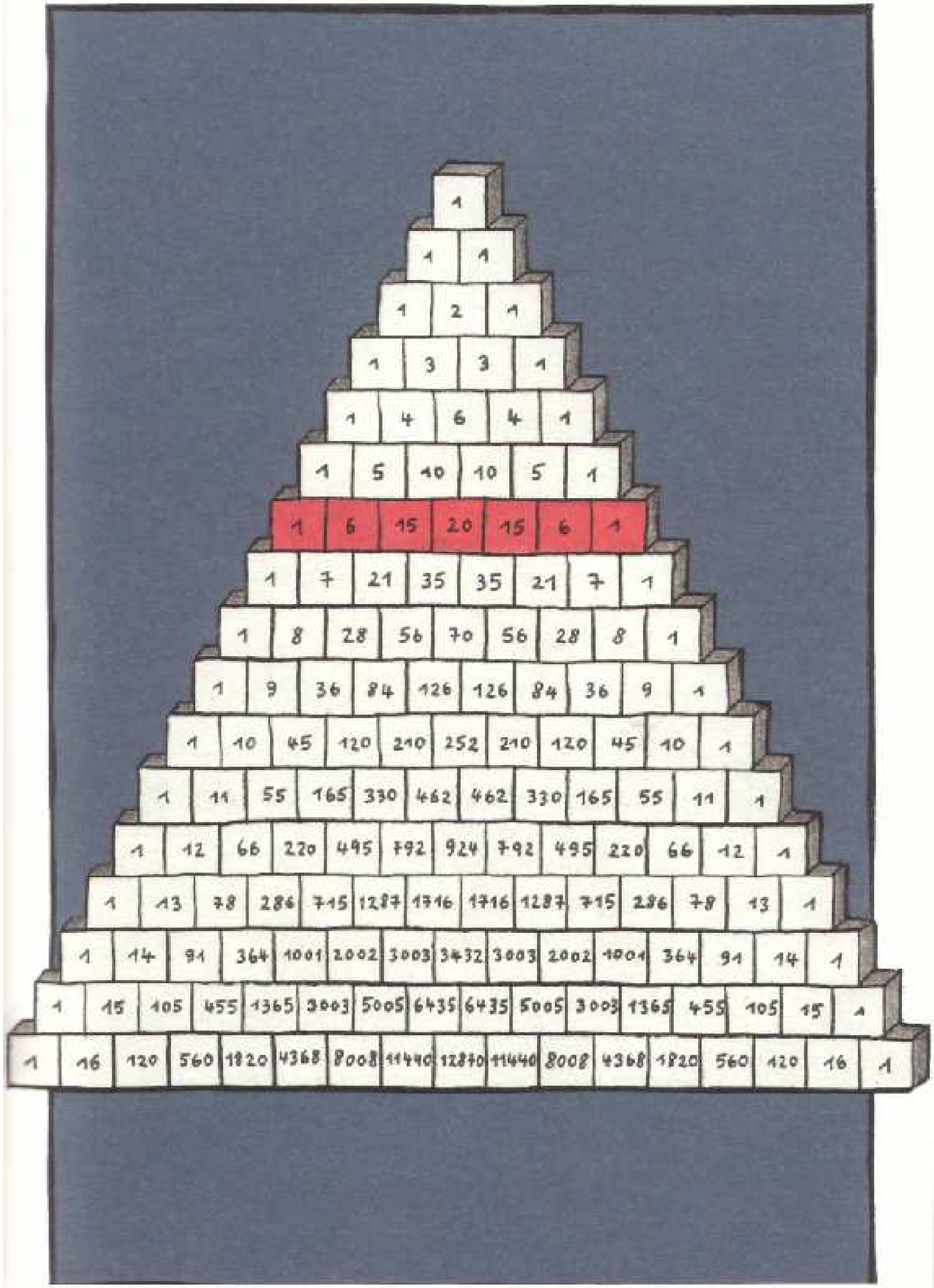
-¿Quieres volver a ver a unos cuantos viejos conocidos ? -preguntó.

-Depende.

El anciano dio tres palmadas, y los cubos volvieron a iluminarse: algunos en amarillo, otros en azul, los siguientes en verde o rojo.

-Parece carnaval -dijo Robert.

-¿Ves las escalerillas del mismo color que van de arriba a la derecha hasta abajo a la izquierda?


1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1
1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1
1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1
1 13 78 286 715 1287 1716 1716 1287 715 286 78 13 1
1 14 91 364 1001 2002 3003 3432 3003 2002 1001 364 91 14 1
1 15 105 455 1365 3003 5005 6435 6435 5005 3003 1365 455 105 15 1
1 16 120 560 1820 4368 8008 11440 12870 11440 8008 4368 1820 560 120 16 1

Vamos a sumar todo lo que hay en una de ellas, y veremos qué sale. ¡Empieza con la roja, arriba del todo!

-Sólo tiene un escalón -dijo Robert-. Uno, como siempre.

-Luego, la amarilla de debajo.

-Tampoco tiene más que uno: uno.

-La próxima es una azul. Dos cubos.

- 1 + 1 = 2.

-Luego la verde, justo debajo. Dos cubos verdes.

- 2 + 1 = 3.

Ahora Robert sabía cómo seguir:

-Otra vez rojo: 1 + 3 + 1 = 5. Y amarillo: 3 + 4 + 1 = 8. Azul: 1 + 6 + 5 + 1 = 13.

-¿Qué podría significar: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13...?

-¡Bonatschi, naturalmente! Los números de las liebres.

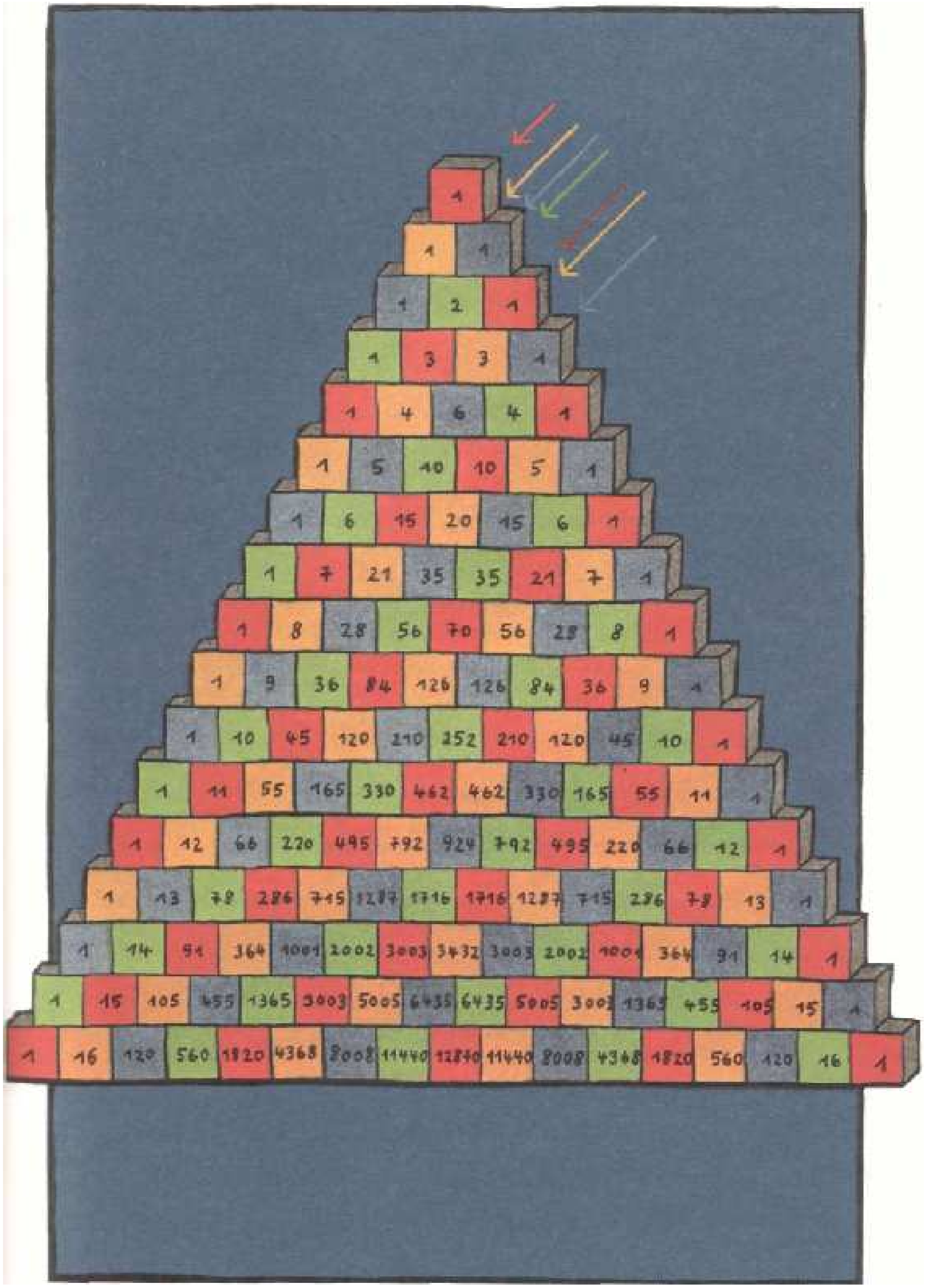
-Ya ves que todo está en nuestro triángulo. Podríamos seguir durante días, pero creo que tienes suficiente por hoy.

-Puedes decirlo bien fuerte -admitió Robert.

-Está bien, basta de cálculos.

El diablo de los números batió palmas, y los cubos de colores se apagaron.

-Pero nuestro monitor aún es capaz de hacer muchas más cosas. Si vuelvo a batir palmas, ¿sabes lo que ocurrirá? Se iluminarán los números pares en todo el triángulo, y los impares seguirán oscuros. ¿Quieres que lo haga?


1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1
1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1
1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1
1 13 78 286 715 1287 1716 1716 1287 715 286 78 13 1
1 14 91 364 1001 2002 3003 3432 3003 2002 1001 364 91 14 1
1 15 105 455 1365 3003 5005 6435 6435 5005 3003 1365 455 105 15 1
1 16 120 560 1820 4368 8008 11440 12840 11440 8008 4368 1820 560 120 16 1

-Por mí...

Lo que Robert vio entonces fue una auténtica sorpresa.

-¡Es una locura! Un dibujo. Triángulos dentro del triángulo, sólo que cabeza abajo.

Robert estaba fuera de sí.

-Mayores y menores -dijo el diablo de los números-. Sin duda el pequeño parece un cubo, pero en realidad es un triángulo. El mediano consta de 6 cubos, y el grande de 28. Naturalmente, son números triangulares.

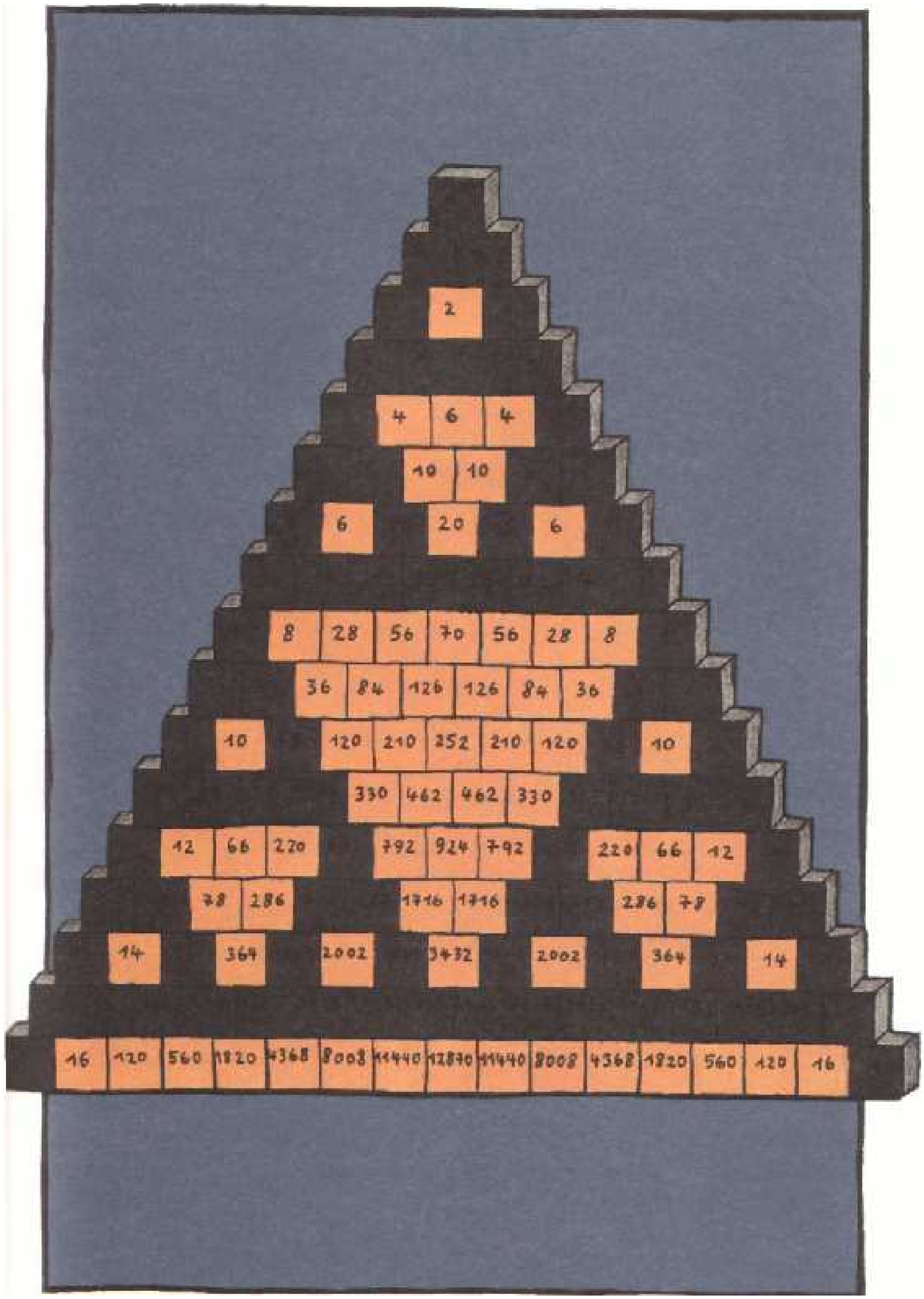
»Así que ahora sólo brillan en amarillo los números pares. ¿Qué crees que pasará si encendemos todos los números de nuestro monitor que se puedan dividir entre tres, cuatro o cinco? Sólo tengo que dar una palmada y lo verás. ¿Con qué divisor lo intentamos, con el cinco?

-Sí -dijo Robert-. Todos los que se puedan dividir entre cinco.

El anciano dio una palmada, las cifras amarillas se apagaron y las verdes se encendieron.

-Es increíble -dijo Robert-. Otra vez triángulos, pero ahora son otros. ¡La más pura brujería!

-Sí, querido, a veces yo mismo me pregunto



2
4 6 4
10 10
6 20 6
8 28 56 70 56 28 8
36 84 126 126 84 36
10 120 210 252 210 120 10
330 462 462 330
12 66 220 792 924 792 220 66 12
78 286 1716 1716 286 78
14 364 2002 3432 2002 364 14
16 120 560 1820 4368 8008 11440 12870 11440 8008 4368 1820 560 120 16

dónde terminan las Matemáticas y dónde empieza la brujería.

-Fantástico. ¿Has inventado tú todo esto?

-No.

-¿Quién ha sido entonces?

-¡Sabe el Diablo! El gran triángulo de números es una cosa antiquísima, mucho más vieja que yo.

-Pues a mí me pareces bastante viejo.

-¿Yo? Permite que te diga que soy uno de los más jóvenes del paraíso de los números. Nuestro triángulo tiene por lo menos dos mil años. Creo que la idea se le ocurrió a algún chino. Pero hoy aún seguimos dándole vueltas, y seguimos hallando nuevos trucos que se pueden hacer con él.

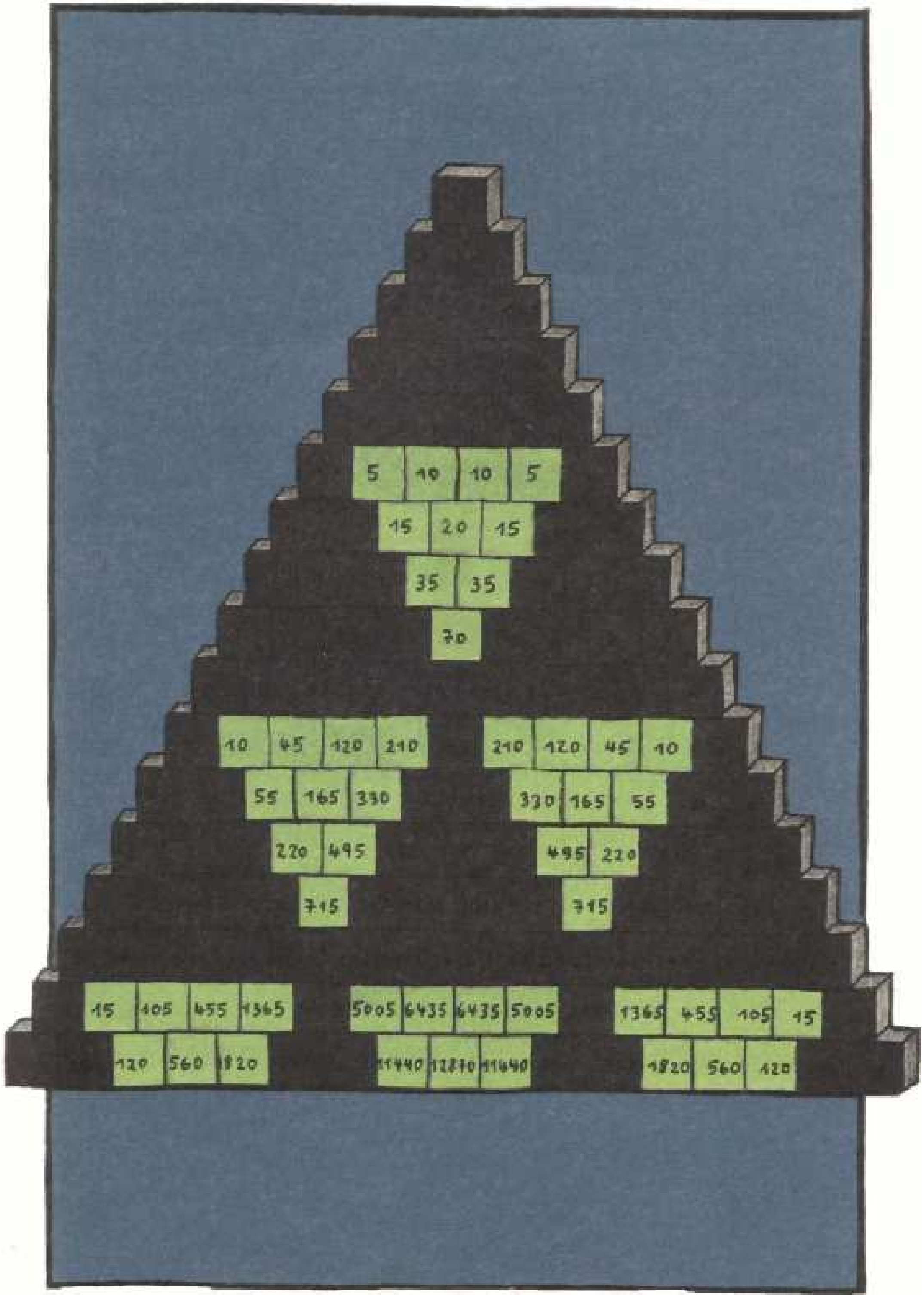
Si seguís así, pensó Robert para sus adentros, es posible que no acabéis nunca. Pero no lo dijo.

Sin embargo, el diablo de los números le había entendido.

-Sí, las Matemáticas son una historia interminable -dijo-. Hurgas y hurgas y siempre encuentras cosas nuevas.

-¿No podéis dejar de hacerlo nunca? -preguntó Robert.

-Yo no, pero tú sí -susurró el diablo de los números, y cuando lo dijo los cubos verdes se hicieron cada vez más pálidos y él mismo se volvió cada vez más delgado, hasta que se quedó igual que un fideo y con cara de pito. La habitación estaba oscura como boca de lobo, y pronto Robert lo hubo olvidado todo, los cubos de colores, los


5 10 10 5
15 20 15
35 35
70
10 45 120 210
55 165 330
220 495
715
210 120 45 10
330 165 55
495 220
715
15 105 455 1365
120 560 1820
5005 6435 6435 5005
11440 12870 11440
1365 455 105 15
1820 560 120

triángulos, los números de Bonatschi e incluso a su amigo, el diablo de los números.

Durmió y durmió, y cuando despertó a la mañana siguiente su madre le preguntó:

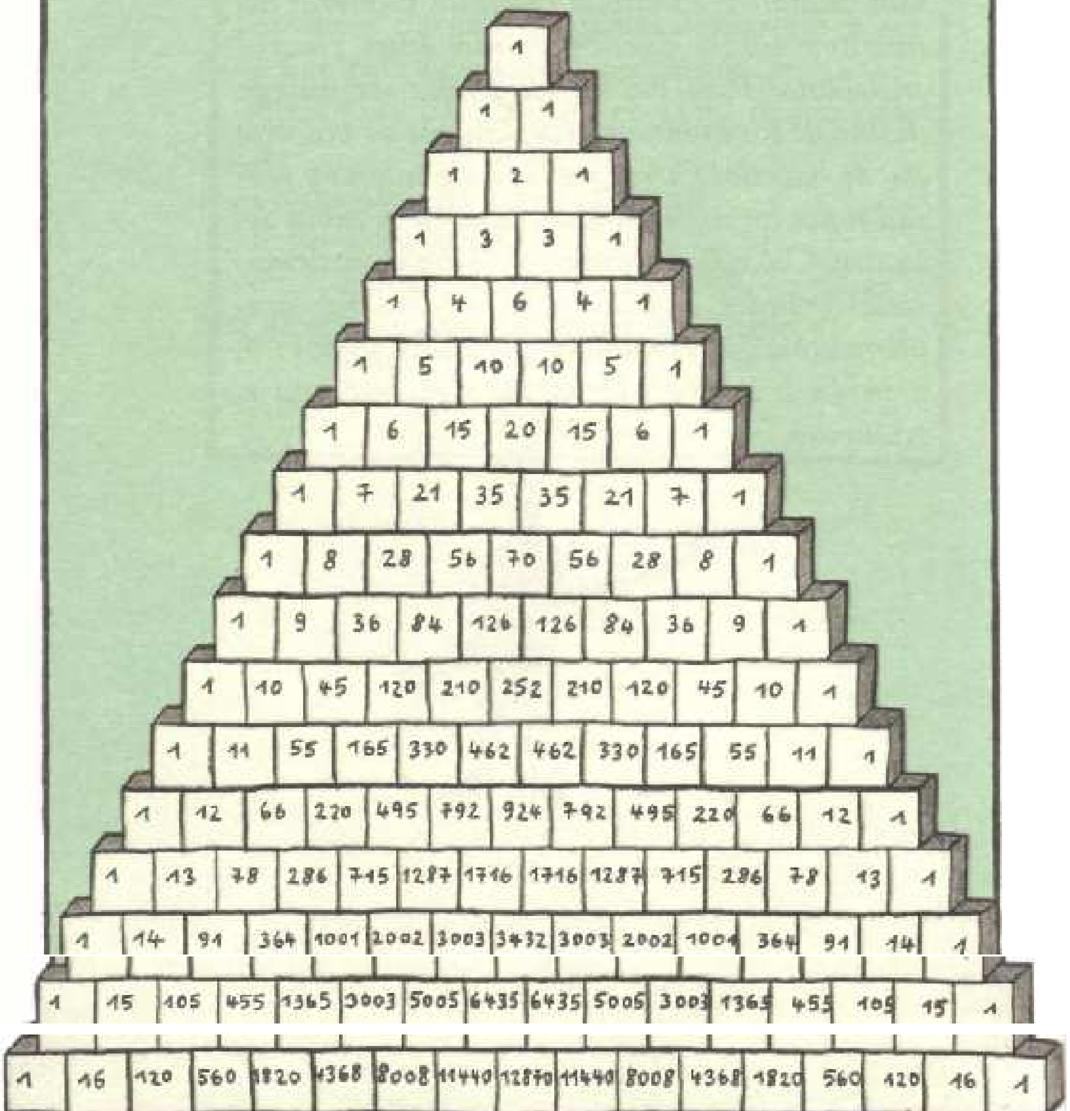
-Estás muy pálido, Robert. ¿Has tenido pesadillas?

-Nooo -dijo Robert-. ¿Por qué?

-Estoy preocupada.

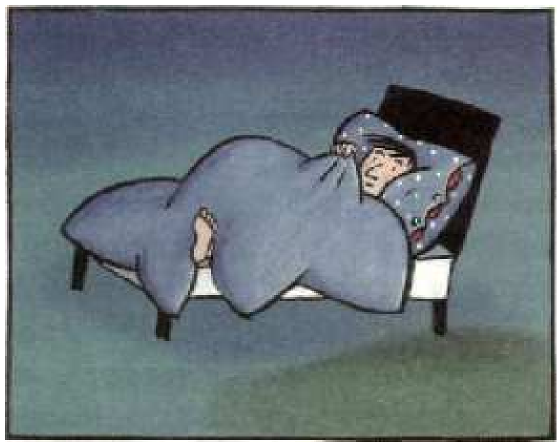
-Pero, mamá -respondió Robert-, ya sabes lo que dicen: No hay que mentar al Diablo.

¿Alguno de vosotros quiere saber qué dibujo sale cuando se iluminan todos los números del monitor que se pueden dividir entre cuatro? ¡Adelante! Para eso no hace falta ser ningún diablo de los números. ¡Cualquiera de vosotros puede hacerlo! Coged un lápiz de colores y pintad todos los números que salen en la tabla del cuatro. Cuando los números os resulten demasiado grandes, utilizad una calculadora. Simplemente coged el número, pulsad los signos : 4, y veréis si sale. En la página siguiente está el triángulo.



1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1
1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1
1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1
1 13 78 286 715 1287 1716 1716 1287 715 286 78 13 1
1 14 91 364 1001 2002 3003 3432 3003 2002 1001 364 91 14 1
1 15 105 455 1365 3003 5005 6435 6435 5005 3003 1365 455 105 15 1
1 16 120 560 1820 4368 8008 11440 12870 11440 8008 4368 1820 560 120 16 1

La octava noche



Robert estaba delante del todo, en la pizarra. En el primer banco se sentaban sus dos mejores amigos de clase: Albert, el futbolista, y Bettina, la de las trenzas. Como siempre, los dos estaban discutiendo. Esto es lo que me faltaba, pensó Robert. ¡Ahora sueño con el colegio!

Entonces se abrió la puerta, pero no fue el señor Bockel quien entró... fue el diablo de los números.

-Buenos días -dijo-. Según veo, ya estáis discutiendo otra vez. ¿De qué se trata?

-¡Bettina se ha sentado en mi sitio! -gritó Albert.

-Entonces simplemente cámbialo con ella.

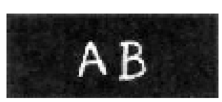
-Pero es que no quiere -dijo Albert.

-Escríbelo en la pizarra, Robert -pidió el anciano.

-¿El qué?

-Escribe A para Albert y B para Bettina. Albert se sienta a la izquierda y Bettina a la derecha.

Robert no veía por qué tenía que escribir eso, pero pensó: Si le gusta, por mí que no quede.



-Bueno, Bettina -dijo el diablo de los números-, ahora siéntate tú a la izquierda y Albert a la derecha.

¡Es curioso! Bettina no protestó. Se levantó como una niña buena e intercambió su sitio con Albert.

BA

escribió Robert en la pizarra.

En ese momento se abrió la puerta y entró Charlie, con retraso, como siempre. Se sentó a la izquierda de Bettina.

CBA

escribió Robert.

Pero eso no le gustó a Bettina.

-¡Si hemos dicho a la izquierda -dijo-, que sea del todo a la izquierda!

-Está bien -bramó Charlie-. ¡Como quieras!

Y ambos intercambiaron sus asientos:

BCA

Albert no se quedó conforme con eso.

-Pero yo prefiero sentarme con Bettina -gritó. Charlie fue tan bondadoso que se levantó sin más y le dejó su sitió a Albert.

BAC

Si esto sigue así, se dijo Robert, podemos olvidarnos de esta clase de Matemáticas. Pero siguió así, porque ahora era Albert el que quería sentarse del todo a la izquierda.

-Pero entonces tenemos que levantarnos todos -dijo Bettina-. No veo por qué, pero si no hay más remedio... ¡Ven, Charlie!

Y cuando volvieron a sentarse la cosa estaba así:

ABC

Naturalmente, no duró mucho.

-No aguanto un minuto más al lado de Charlie -afirmó Bettina. Realmente rompía los nervios. Pero, como no paraba, los otros chicos tuvieron que ceder. Robert escribió:

CAB

-Y ahora basta -dijo.

-¿Tú crees? -preguntó el diablo de los números-. Esos tres aún no han ensayado todas las posibilidades. ¿Qué os parecería sentaros Albert a la izquierda, Charlie en el centro y Bettina a la derecha?

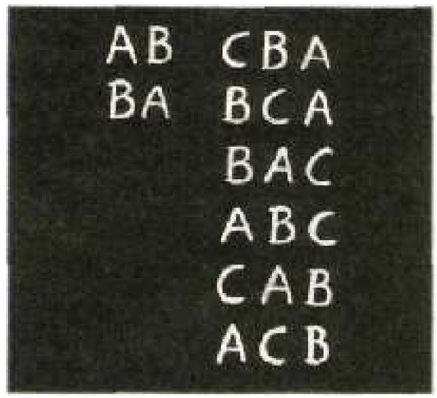
-Jamás! -gritó Bettina.

-No te pongas así, Bettina -dijo el anciano.

A regañadientes, los tres se levantaron y se sentaron así:

-¿Te das cuenta, Robert? ¡Eh, Robert, te estoy hablando! Seguro que a estos tres no se les ocurre.

Robert alzó la vista hacia la pizarra:



-Creo que hemos probado todas las posibilidades -dijo.

-Eso creo yo también -dijo el diablo de los números-, Pero no puede ser que en vuestra clase sólo seáis cuatro. Me temo que aún faltan unos cuantos.

Apenas lo había dicho cuando Doris abrió la puerta. Estaba sin aliento.

-¿Qué ocurre aquí? ¿No está el señor Bockel? ¿Quién es usted? -preguntó al diablo de los números.

-Sólo estoy aquí de manera excepcional -dijo el anciano-. Vuestro señor Bockel se ha tomado el día libre. Ha dicho que ya no podía más. Que vuestra clase es demasiado movida para él.

-Ya lo puede decir -replicó Doris-: están todos cambiados de sitio. ¿Desde cuándo es ése tu sitio, Charlie? ¡Ahí me siento yo!

-Entonces propón un orden para sentarse, Doris -dijo el diablo de los números.

-Yo seguiría simplemente el orden alfabético -dijo ella-. A de Albert, B de Bettina, C de Charlie, etc. Eso sería lo más sencillo.

-Como quieras. Intentémoslo.

Robert anotó en la pizarra:

Pero los demás no estaban en absoluto de acuerdo con el orden propuesto por Doris. En la clase andaba suelto el Diablo. Bettina era la peor. Mordía y arañaba cuando alguien no quería ceder su sitio. Todo el mundo empujaba y se daba codazos. Pero, con el tiempo, ese loco juego empezó a gustarles a los cuatro. El cambio se producía cada vez más deprisa, de tal modo que Robert no daba abasto en sus anotaciones. Por fin, la banda de los cuatro hubo ensayado todos los órdenes posibles y en la pizarra ponía:

ABCD	BACD	CABD	DABC
ABDC	BADC	CADB	DACB
ACBD	BCAD	CBAD	DBAC
ACDB	BCDA	CBDA	DBCA
ADBC	BDAC	CDAB	DCAB
ADCB	BDCA	CDBA	DCBA

Menos mal que hoy no han venido todos, pensó Robert, de lo contrario no acabaríamos nunca.

Entonces se abrió la puerta y Enzio, Felicitas, Gerardo, Heidi, Ivan, Jeannine y Karol se precipitaron a entrar.

-¡No! -gritó Robert-. ¡Por favor, no! ¡No os sentéis! Voy a volverme loco.

-Está bien -dijo el diablo de los números-, lo dejaremos aquí. Podéis iros a casa. No habrá clase en las próximas horas.

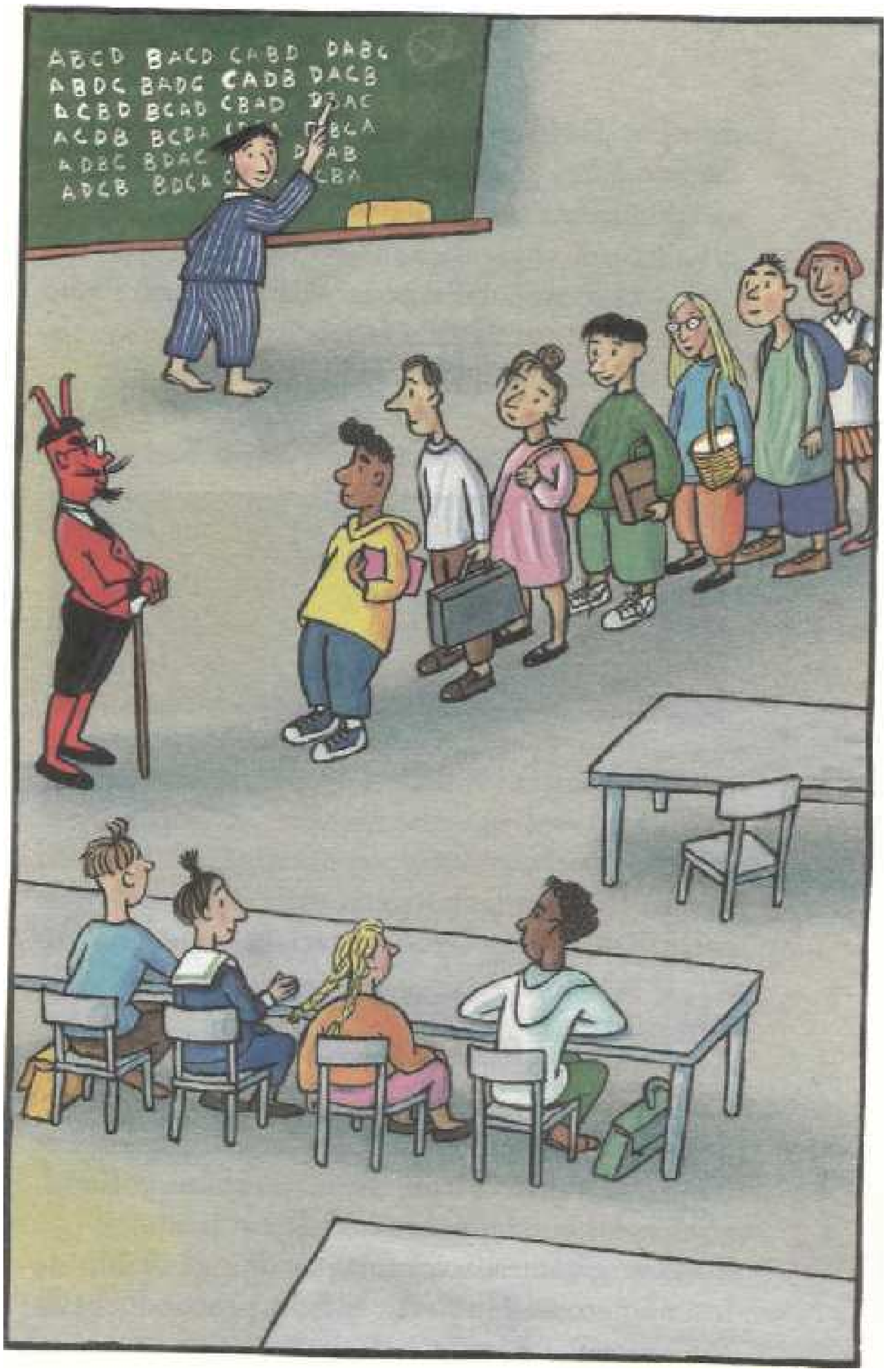
-¿Y yo? -preguntó Robert.

-Tú puedes quedarte un ratito más.

Los otros habían salido corriendo al patio. Robert miraba lo que ponía en la pizarra.

-Bien, ¿qué opinas? -preguntó el diablo de los números.

-No sé. Sólo hay una cosa clara: que son cada vez más. Cada vez más posibilidades de sentarse. Mientras sólo había dos alumnos la cosa aún fun-



«No. ¡No, por favor! ¡No os sentéis o me volveré loco!», gritó Robert.
«Bien, dejémoslo. Podéis iros a casa», dijo el diablo de los números.

cionaba. Dos alumnos, dos posibilidades. Tres alumnos, seis posibilidades. Con cuatro ya son... un momento...: veinticuatro.

-¿Y si sólo hubiera uno?

-¡Qué tontería! Entonces, naturalmente, sólo habría una posibilidad.

-Prueba a multiplicar -dijo el anciano.

Alumnos	Posibilidades
1	1
2	1 × 2 = 2
3	1 × 2 × 3 = 6
4	1 × 2 × 3 × 4 = 24

-Ajá -exclamó Robert-. Qué interesante.

-Si cada vez son más los que participan en el juego, se vuelve aburrido apuntarlos así. También se puede hacer más corto. Se escribe el número de participantes y un signo de exclamación detrás:

$$4! = 24$$

»Se pronuncia así: ¡cuatro pum!

-Si no hubiéramos mandado a casa a Enzio, Felicitas, Gerardo, Heidi, Ivan, Jeannine y Karol, ¿qué crees que hubiera ocurrido?

-Una gigantesca confusión -dijo el diablo de los números-. Hubieran estado probando hasta hartarse todas las posiciones posibles, y puedo asegurarte que hubiera sido algo endemoniadamente largo. Contando a Albert, Bettina y Charlie hubieran sido once personas, y eso significa ¡once pum! posibilidades de sentarse. ¿Tienes idea de cuántas posibilidades serían?

-Nadie podría calcular eso de cabeza. Pero en el colegio siempre tengo mi calculadora a mano. En secreto, claro, porque el señor Bockel no puede soportar que se trabaje con ella.

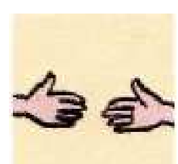
Y Robert empezó a teclear:

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 =$$

-¡Once pum! -dijo- son exactamente 39.916.800. ¡Casi cuarenta millones!

-Ya ves, Robert, si hubiéramos tratado de hacerlo aún estaríamos aquí dentro de ochenta años. Hace mucho que tus compañeros de clase necesitarían una silla de ruedas, y tendríamos que contratar a once enfermeras para llevarlos de acá para allá. Pero con un poquito de Matemáticas la cosa va más rápido. Se me ocurre una cosa más. Mira por la ventana a ver si tus compañeros de clase aún están ahí.

-Creo que se habrán comprado rápidamente un helado, y ahora irán camino de casa.



-Supongo que se darán la mano al despedirse.

-Ni hablar. Como mucho dirán Adiós o Hasta *luego.*

-Lástima -dijo el diablo de los números-. Me gustaría saber qué ocurre si todo el mundo da la mano a todo el mundo.

-¡Para ya! Seguro que eso duraría eternamente. Es probable que haya un número gigantesco de apretones. ¡Puede que once pum! si es que son once personas.

-¡Error! -dijo el anciano.

Si son dos, reflexionó Robert, sólo se necesita un apretón de manos. Con tres...

-Mejor escríbelo en la pizarra.

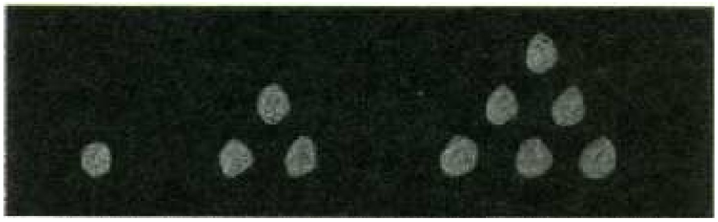
Robert escribió:

Personas:	Apretones de manos:
A	–
AB	AB
ABC	AB AC BC
ABCD	AB AC AD BC BD CD

-Entonces, con dos es uno, con tres son tres, y con cuatro son ya seis apretones de manos.

-1, 3, 6... ¿no conocíamos eso?

Robert no conseguía acordarse. Entonces, el diablo de los números pintó unos cuantos puntos gruesos en la pizarra:



-¡Los cocos! -gritó Robert-. ¡Números triangulares!

-¿Y cómo siguen?

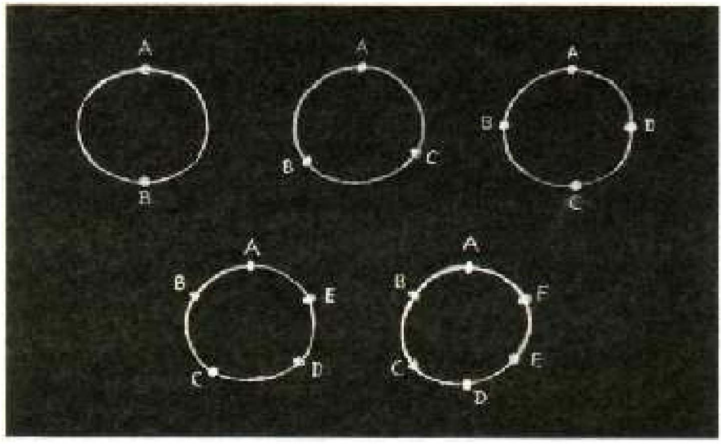
-Ya lo sabes:

$$
\begin{aligned}
1 + 2 &= 3 \\
3 + 3 &= 6 \\
6 + 4 &= 10 \\
10 + 5 &= 15 \\
15 + 6 &= 21 \\
21 + 7 &= 28 \\
28 + 8 &= 36 \\
36 + 9 &= 45 \\
45 + 10 &=
\end{aligned}
$$

-Son exactamente 55 apretones de manos.

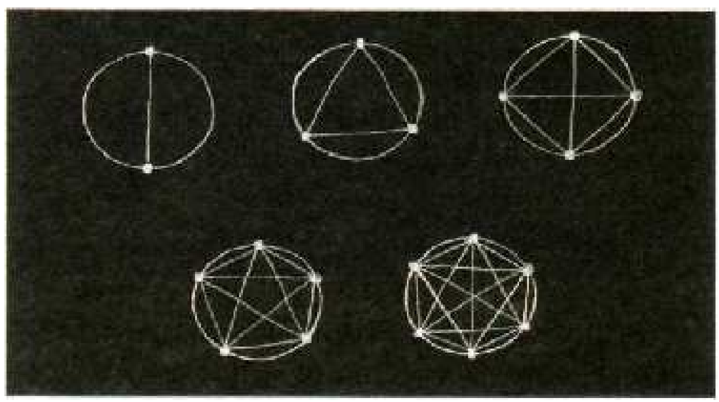
-Eso aún se puede calcular -dijo Robert.

-Si no quieres pasar tanto tiempo calculando, también puedes hacerlo de otra forma. Dibujas unos círculos en la pizarra, así:



»Luego, pones una letra más en cada nuevo círculo: A para Albert, B para Bettina, C para Charlie, etcétera.

»Luego unes las letras con líneas:



»No tiene mal aspecto, ¿verdad? Cada raya significa un apretón de manos. Puedes contarlas.

-1, 3, 6, 15... Como antes -dijo Robert-. Sólo hay una cosa que no entiendo: ¿puedes explicarme por qué contigo siempre cuadra todo?

-Eso es precisamente lo demoníaco de las Matemáticas. Todo cuadra. Bueno, digamos mejor que casi todo. Porque ya sabes que los números de primera tienen sus pegas. Y también en lo demás hay que poner una atención enorme, porque de lo contrario es fácil caerse con todo el equipo. Pero, en líneas generales, en las Matemáticas la cosa discurre con bastante orden. Eso es lo que cierta gente odia de ellas. Pero yo no puedo soportar a los desordenados y a los chapuceros, y a ellos les pasa al revés, no soportan los números. A propósito, mira por la ventana: ¡el patio de vuestro colegio es una auténtica pocilga!

Robert tuvo que admitirlo, porque en el patio había latas de coca-cola vacías, tebeos rotos y envoltorios de bocadillo por todas partes.

-Si tres de vosotros cogierais una escoba, dentro de media hora vuestro patio tendría mucho mejor aspecto.

-¿Y quiénes serían esos tres? -preguntó Robert.

-Albert, Bettina y Charlie, por ejemplo. O Doris, Enzio y Felicitas. Además, también tenemos a Gerardo, Heidi, Ivan, Jeannine y Karol.

-Pero tú dices que sólo se necesitan tres.

-Sí -objetó el diablo de los números-, pero ¿qué tres?

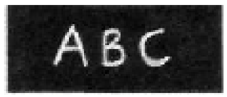
-Se les puede combinar a voluntad -dijo Robert.

-Sin duda. Pero ¿y si no estuvieran todos? ¿Si sólo tuviéramos a tres: Albert, Bettina y Charlie?

-Entonces tendrían que hacerlo ellos.

-¡Bien, escríbelo!

Robert escribió:



-Y si entonces llega Doris, ¿qué hacemos? Vuelve a haber varias posibilidades.

Robert reflexionó. Luego escribió en la pizarra:

-Cuatro posibilidades -dijo.

-Pero casualmente Enzio pasa por allí. ¿Por qué no va a echar una mano? Ahora tenemos cinco candidatos. Prueba.

Pero Robert no quiso.

-Mejor dime qué va a salir -dijo desmoralizado.

-Está bien. Con tres personas sólo podemos formar un grupo de tres. Con cuatro personas ya hay cuatro grupos distintos, y con cinco hay diez. Te lo escribiré:

Personas	Grupos								
3	ABC								
4	ABC	ABD		ACD			BCD		
5	ABC	ABD	ABE	ACD	ACE	ADE	BCD	BCE	BDE

»Hay otra cosa rara en esta lista. La he ordenado conforme al alfabeto, como ves. ¿Y cuántos grupos empiezan por Albert? Diez. ¿Cuántos por Bettina? Cuatro. Y por Charlie no empieza más que uno. En este juego aparecen una y otra vez las mismas cifras:

1, 4, 10...

»¿Adivinas cómo sigue? Quiero decir, si ahora añadimos unos cuantos más, digamos que Felicitas, Gerardo, Heidi, etc. ¿Cuántos grupos de tres saldrían?

-Ni idea -dijo Robert.

-¿Te acuerdas todavía de cómo discurrimos el asunto de los apretones de manos, cuando todo el mundo se despedía de todo el mundo?

-Eso fue muy fácil, con ayuda de los números triangulares:

1, 3, 6, 10, 15, 21...

»Pero no sirve para nuestras cuadrillas de limpieza, que trabajan de tres en tres.

-No. Pero ¿qué pasa si sumas los dos primeros números triangulares?

-Sale cuatro.

-¿Y si añades el siguiente?

-Diez.

-¿Y otro más?

- 10 + 10 = 20.

-Ahí lo tienes.

-¿Y tengo que seguir calculando hasta llegar al undécimo? Esa no es tu forma de hacer las cosas.

-No te preocupes. También se puede hacer sin calcular, sin probar, sin ABCDEFGHIJK.

-¿Cómo?

-Con nuestro viejo triángulo numérico -dijo el anciano.

-¿Vas a pintarlo en la pizarra?

-No. No estoy pensando semejante cosa. Me resultaría demasiado aburrido. Pero tengo mi bastón a mano.

Tocó la pizarra con su vara, y ahí estaba el triángulo, en todo su esplendor y a cuatro colores.

-Más cómodo imposible -dijo el viejo diablo de los números-. Al estrechar las manos, simplemente cuentas los cubos verdes de arriba abajo: con dos personas un apretón de manos, con tres personas tres, con once personas 55.

»Para nuestra cuadrilla de limpieza necesitas los cubos rojos. Vuelves a contar de arriba abajo. Empiezas con tres personas, con ellas no hay más que una posibilidad. Si puedes elegir cuatro personas dispones de cuatro combinaciones, con cinco personas ya son diez. ¿Y qué pasa cuando están los once alumnos?

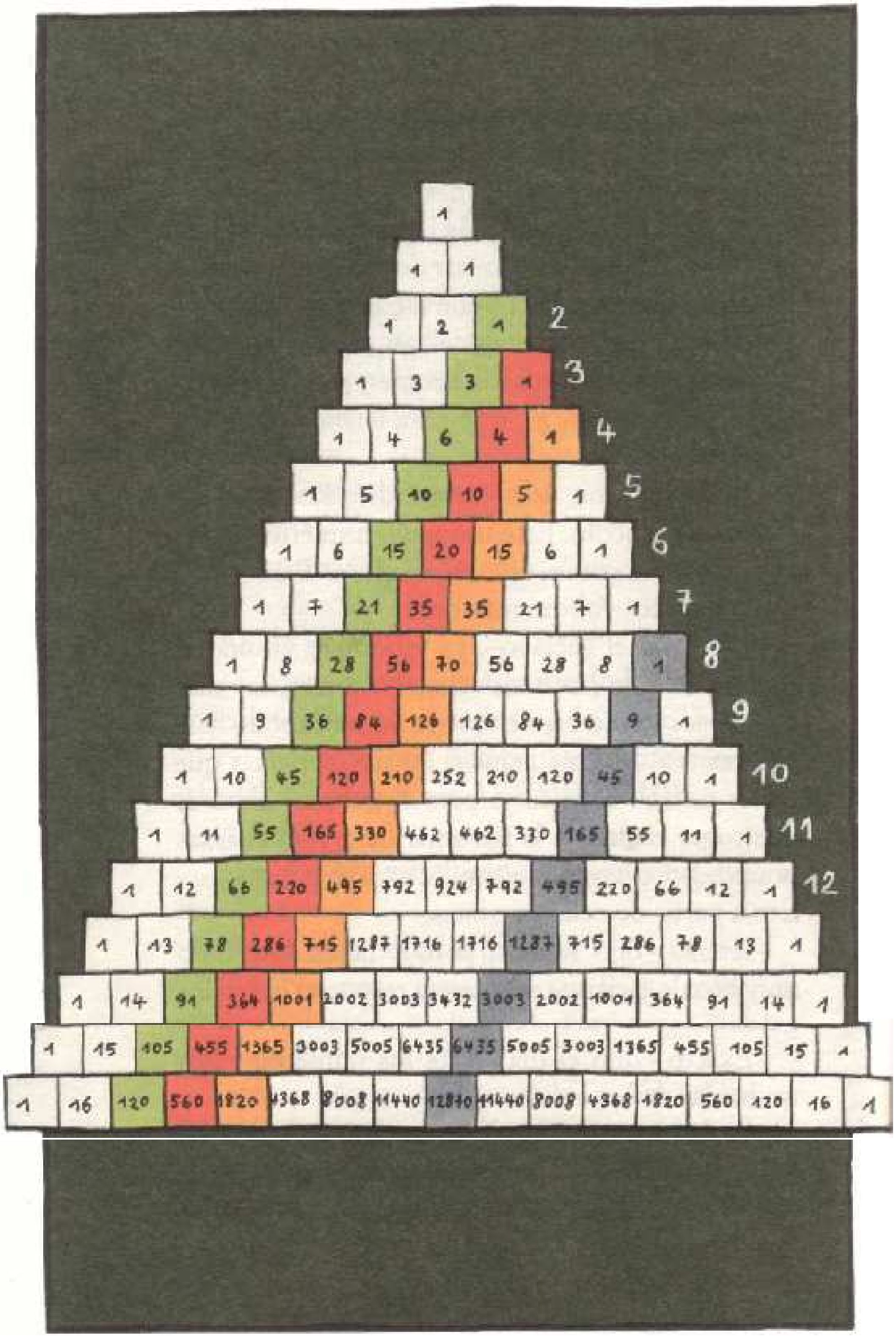
-Entonces son 165 -respondió Robert-. Es realmente sencillo. Este triángulo numérico es casi tan bueno como una calculadora. Pero ¿para qué sirven los cubos amarillos ?

-Oh -dijo el anciano-, ya sabes que yo no me doy fácilmente por satisfecho. Nosotros, los diablos de los números, siempre lo llevamos todo hasta el extremo. ¿Qué harás si las tres personas que tienes no son suficientes para el trabajo? Tendrás que coger cuatro. Y la fila amarilla te dirá cuántas posibilidades hay, por ejemplo, para elegir un cuarteto a partir de ocho personas.

-Setenta -dijo Robert, porque había entendido muy bien lo fácil que era sacar la respuesta del triángulo.

-Exacto -dijo el diablo de los números-. Por no hablar de los cubos azules.

-Probablemente sean los grupos de ocho. Si sólo dispongo de ocho personas, no tengo que pensar mucho. Sólo hay una posibilidad. Pero con diez


1
1 1
1 2 1 2
1 3 3 1 3
1 4 6 4 1 4
1 5 10 10 5 1 5
1 6 15 20 15 6 1 6
1 7 21 35 35 21 7 1 7
1 8 28 56 70 56 28 8 1 8
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1 9
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1 10
1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1 11
1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1 12
1 13 78 286 715 1287 1716 1716 1287 715 286 78 13 1
1 14 91 364 1001 2002 3003 3432 3003 2002 1001 364 91 14 1
1 15 105 455 1365 3003 5005 6435 6435 5005 3003 1365 455 105 15 1
1 16 120 560 1820 4368 8008 11440 12870 11440 8008 4368 1820 560 120 16 1

candidatos ya puedo formar 45 grupos distintos. Etcétera, etcétera.

-Veo que lo has comprendido.

-Ahora sólo quisiera saber qué aspecto tiene el patio -dijo Robert.

Miró por la ventana, y he aquí que el patio estaba impecable como nunca.

-Sólo me pregunto qué tres llevarán ahora la escoba.

-En cualquier caso no eres uno de ellos, mi querido Robert -dijo el diablo de los números.

-¡Cómo voy a barrer el patio del colegio si tengo que pasarme toda la noche peleando con números y cubos!

-Admite -dijo el anciano- que te has divertido haciéndolo.

-¿Y ahora? ¿Volverás pronto?

-Antes me tomaré unas vacaciones -dijo el diablo de los números-. Entre tanto, puedes entretenerte con el señor Bockel.

Eso era algo que a Robert le apetecía bastante poco, pero ¿qué remedio le quedaba? A la mañana siguiente tenía que volver al colegio. Cuando llegó al aula, Albert, Bettina y los otros estaban ya sentados en sus sitios. Nadie estaba deseando cambiar su sitio con los otros.

-Ahí viene nuestro genio de las Matemáticas -exclamó Charlie.

-El bueno de Robert estudia incluso en sueños -le pinchó Bettina.

-¿Creéis que le va a servir de algo? -preguntó Doris.

-Yo creo que no -gritó Karol-. De todos modos el señor Bockel no le soporta.

-Y viceversa -repuso Robert-. ¡Por mí que no vuelva!

Antes de que llegara el señor Bockel, Robert echó una rápida mirada por la ventana.

Como siempre, pensó al ver el patio. ¡Un verdadero montón de basura! Uno no puede fiarse de las cosas que sueña. Solamente de los números. En ellos sí se puede confiar.

Luego entró el inevitable señor Bockel, con su maletín lleno de trenzas.

La novena noche

Robert soñaba que soñaba. Ya se había acostumbrado. Siempre que en los sueños le ocurría algo desagradable, por ejemplo encontrarse con un pie encima de una piedra resbaladiza en medio de un río de fuerte corriente y no poder avanzar ni retroceder, pensaba con rapidez: Espantoso, pero no es más que un sueño.

Pero luego cogió la gripe, y cuando tuvo que quedarse todo el día en la cama con fiebre ese truco no le sirvió de mucho, porque Robert sabía muy bien que los sueños que da la fiebre son los peores. Se acordaba de que, una vez que había estado enfermo, había ido a parar a una erupción volcánica. Montañas que escupían fuego lo habían disparado hacia el cielo, y había estado a punto de caer lentamente, con espantosa lentitud, desde allí arriba al centro de las fauces del volcán... Prefería no pensar en ello. Por eso intentaba mantenerse despierto, aunque su madre siempre decía:

-Lo mejor es que duermas y sudes la gripe. ¡No leas tanto! No es sano.

Tras haberse leído aproximadamente doce tebeos, estaba tan cansado que se le cerraban los ojos.

Pero lo que soñó entonces fue extrañísimo. So-

ñó que tenía gripe y estaba en la cama, y a su lado estaba sentado el diablo de los números.

Ahí está el vaso de agua en la mesita, pensó. Ardo. Tengo fiebre. Creo que ni siquiera me he dormido.

-¿Ah, sí? -dijo el anciano-. ¿Y qué pasa conmigo? ¿Estás soñando conmigo, o estoy realmente aquí?

-Tampoco lo sé -dijo Robert.

-Es igual. En cualquier caso, quería hacerte una visita porque estás enfermo. Y cuando se está enfermo hay que quedarse en casa, y no hacer excursiones al desierto o contar liebres en campos de patatas. Así que pensé: Vamos a pasar una velada tranquila, sin grandes trucos. Para no aburrirnos, he hecho venir a unos cuantos números. Ya sabes que no puedo vivir sin ellos. Pero no te preocupes, son enteramente inofensivos.

-Eso dices siempre -dijo Robert.

Llamaron a la puerta, y el diablo de los números gritó: ¡Adelante! Enseguida entraron desfilando, y de tal manera, todos a una, que el dormitorio de Robert estuvo hasta los topes en un abrir y cerrar de ojos. Le asombró cuánta gente cabía entre la puerta y la cama. Los números pasaban ante él como ciclistas de competición o corredores de maratón, porque todos llevaban sus números en camisetas blancas. El cuarto era bastante pequeño, pero cuantos más números se apretujaban más largo parecía. La puerta se fue alejando cada vez más, hasta que apenas fue posible distinguirla al final de un recto pasillo.

Los números anduvieron por ahí riendo y charlando, hasta que el diablo de los números gritó como un sargento:

-¡Atención! ¡A formar!

Enseguida se pusieron en una larga fila, con la espalda contra la pared, el uno primero y todos los demás junto a él.

-¿Dónde está el cero? -preguntó Robert.

-¡El cero, un paso al frente! -rugió el diablo de los números.

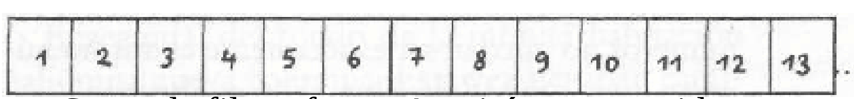
Se había escondido debajo de la cama. Salió arrastrándose y dijo con timidez:

-Pensaba que no me necesitarían. ¡Me siento tan mal!, creo que he cogido la gripe. Ruego humildemente que se me conceda un permiso por enfermedad.

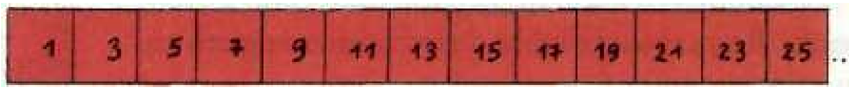
-¡Fuera! -gritó el anciano, y el cero volvió a meterse a rastras bajo la cama de Robert.

»Bueno, es algo especial, este cero. Siempre quiere figurar. Pero los otros... ¿te has dado cuenta de lo obedientes que son?

Miró complacido a los números normales, ordenados en fila:



-¡Segunda fila, a formar! -gritó, y enseguida afluyeron nuevos números, armando gran tumulto y alboroto, hasta que al fin estuvieron en el orden correcto:



Estaban justo delante de los otros en la habitación -si es que aún podía llamársele habitación, porque entre tanto se había convertido en un tubo de longitud imprevisible-, y todos llevaban camiseta roja.

-Ajá -dijo Robert-. Estos son los impares.

-Sí, pero adivina cuántos son, comparados con los de camiseta blanca que están alineados contra la pared.

-Está claro -dijo Robert-. Uno de cada dos números es impar. Así que hay la mitad de rojos que de blancos.

-¿Crees entonces que hay el doble de números normales que de impares?

-Claro.

El diablo de los números rió, pero no fue una risa amable, a Robert casi le pareció sarcástica.

-Me veo obligado a decepcionarte, querido -dijo el anciano-. Hay exactamente el mismo número de cada clase.

-Eso no puede ser -exclamó Robert-. Todos los números no pueden ser exactamente el mismo número que la mitad de ellos. ¡Eso es absurdo!

-Atiende, te lo demostraré.

Se volvió hacia los números y rugió:

-¡Primera y segunda fila, estrecharse las manos!

-¿Por qué les gritas de esa manera? -dijo Robert enfadado-. Esto parece el patio de un cuartel. ¿No podrías ser un poquito más cortés con ellos?

Pero su protesta se esfumó, porque cada uno de los blancos había dado la mano a uno de los rojos, y de pronto estaban por parejas, como soldados de plomo:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	...
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	...

-¿Ves? Para cada número corriente desde el uno hasta allá fuera hay un número impar, también desde el uno hasta allá fuera. ¿O puedes enseñarme un solo rojo que se haya quedado sin pareja blanca? Así que hay infinitos números normales, y el mismo número de impares. Es decir, infinitos.

Robert reflexionó un rato.

-¿Significa eso que si divido infinito entre dos me sale dos veces infinito? ¡Entonces el todo sería igual de grande que su mitad!

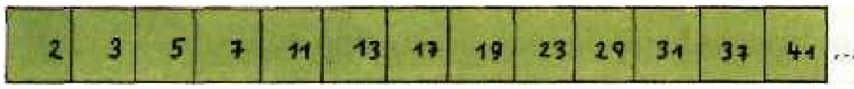
-Sin duda -dijo el diablo de los números-. Y no sólo eso.

Sacó un silbato del bolsillo y silbó.

Enseguida, del fondo de la infinita habitación salió una nueva columna. Esta vez llevaban camisetas verdes, y estuvieron yendo de un lado para otro hasta que el viejo maestro gritó:

-¡Tercera fila, a formar!

No pasó mucho tiempo antes de que los verdes se pusieran en perfecto orden delante de los rojos y los blancos:



-Ésos son los números de primera -constató Robert.

El anciano se limitó a asentir. Luego volvió a tocar su silbato, cuatro veces seguidas. En el cuarto de Robert se desencadenó un verdadero infierno. ¡Una pesadilla! ¡Quién hubiera pensado que en un solo cuarto, aunque entre tanto se hubiera hecho tan largo como el camino de un cohete a la Luna, tuviera sitio tan espantosa cantidad de números! Ya casi no se podía respirar. Robert se sentía como si su cabeza se hubiera convertido en una ardiente bombilla.

-¡Basta! -gritó-. No puedo más.

-No es más que tu gripe -dijo el diablo de los números-. Seguro que mañana vuelves a estar mejor.

Luego, siguió dando órdenes:

-¡Todos aquí! ¡Las filas cuatro, cinco, seis y siete, a formar! ¡Aprisa, por favor!

Robert abrió los ojos, que ya se le estaban cerrando, y vio siete clases distintas de números, con camisetas blancas, rojas, verdes, azules, amarillas, negras y rosas, correctamente ordenadas

«¡Adelante!», gritó el diablo de los números. Enseguida los números entraron desfilando, de tal modo que en un abrir y cerrar de ojos el dormitorio de Robert estuvo lleno hasta los topes.

unas tras otras, en pie en su infinitamente alargado dormitorio:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	...
2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	...
1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	...
1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78	91	105	120	...
1	2	6	24	120	720	5040	40320		362880		3628800		39916800		...

Ya casi no pudo leer los últimos números sobre las camisetas rosas, porque eran tan largos que apenas cabían en el pecho de quienes los llevaban.

-Crecen a una velocidad terrorífica -dijo Robert-. No puedo seguirlos.

-¡Pum! -dijo el anciano-. Los números con exclamaciones.

$$3! = 1 \times 2 \times 3$$
$$4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4$$

»Etcétera. Esto va más deprisa de lo que crees. Pero ¿qué pasa con los otros? ¿Los conoces?

-A los rojos ya los teníamos, son los impares, y los verdes son los números de primera. Los azules... no sé, pero también me resultan familiares.

-¡Piensa en las liebres!

-Ah, sí. Son los Bonatschi. Y probablemente los amarillos sean los triangulares.

-No está mal, mi querido Robert. Con gripe o sin gripe, estás haciendo progresos como aprendiz de brujo.

-Bueno, y los negros no son más que números saltarines. 22, 23, 24, etcétera.

-Y hay el mismo número de cada clase -dijo el diablo de los números.

-Infinitos -suspiró Robert-. Eso es lo terrible. Qué multitud.

-Filas uno a siete, ¡rompan filas! -rugió el anciano maestro.

Y se puso en marcha un nuevo arrastrar y apretujar y empujar y patear y desplazar. Sólo cuando todos los números volvieron a estar fuera se produjo un delicioso silencio, y el cuarto de Robert volvió a ser pequeño y a estar vacío, como había estado antes.

-Ahora es cuando necesito un vaso de agua y una aspirina -dijo Robert.

-Y descansa bien, para poder volver a tenerte en pie mañana.

El diablo de los números le tapó incluso.

-Sólo tienes que mantener los ojos abiertos -dijo-. El resto te lo escribiré en el techo.

-¿Qué resto?

-Oh -dijo el anciano, que ya volvía a agitar su

«Ahora necesito un vaso de agua y una aspirina», dijo Robert. Pero el anciano ya estaba agitando otra vez su bastón.

bastón-, hemos expulsado a las filas porque arman demasiado alboroto y meten demasiada suciedad en la habitación. Ahora les toca el turno a las series.

-¿Series? ¿Qué clase de series?

-Bueeeno -dijo el diablo de los números-, los números no siempre forman como soldados de plomo. ¿Qué pasa cuando se unen? Quiero decir, cuando se les suma.

-No entiendo -gimió Robert.

Pero el anciano ya había escrito la primera serie en el techo de la habitación.

-¿No has dicho que debo descansar? -preguntó Robert.

-No te pongas así. Sólo tienes que leer lo que pone:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}\ldots=$$

-¡Son quebrados! -exclamó indignado Robert-. ¡Al diablo con ellos!

-Perdona, pero la verdad es que son muy sencillos. ¿No te lo parece a ti?

-Un medio -leyó Robert- más un cuarto más un octavo más un dieciseisavo, etcétera. Arriba hay siempre un uno, y abajo están los números saltarines de la serie del dos, los de la camiseta negra: 2, 4, 8, 16... Ya sabemos cómo sigue.

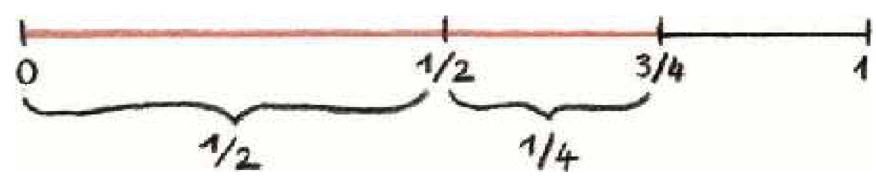
-Sí, pero ¿qué sale si sumamos todos esos quebrados?

-No lo sé -repuso Robert-. Como la serie no termina nunca, probablemente salga una cantidad infinita. Pero por otra parte 1/4 es menos que 1/2, 1/8 es menos que 1/4, etcétera... así que lo que añado es cada vez más pequeño.

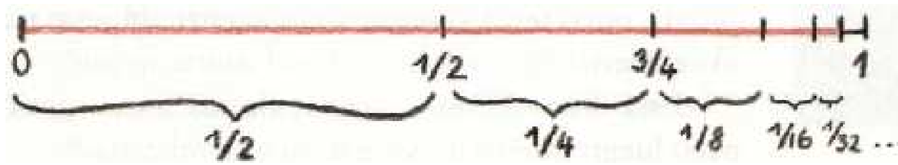
Las cifras desaparecieron del techo. Robert se quedó mirando fijamente hacia arriba y no vio más que una larga raya:

-¡Ajá! -dijo al cabo de un rato-. Creo que comprendo. Empieza con 1/2. Luego sumo la mitad de 1/2, es decir 1/4.

Y lo que decía apareció en el techo del cuarto, negro sobre blanco:



-Luego, sencillamente, sigo adelante, añadiendo siempre una mitad. La mitad de 1/4 es 1/8, la mitad de 1/8 es 1/16, etcétera. Los quebrados que se añaden son cada vez más pequeños, hasta que son tan diminutos que ya no puedo verlos, de forma parecida a como sucedió aquella vez con el chicle compartido.



-Y puedo seguir así hasta que me salgan canas verdes. Así llegaré casi hasta el uno, pero nunca del todo.

-Sí puedes llegar. Sólo tienes que seguir hasta el infinito.

-Eso no me apetece. Al fin y al cabo estoy en cama con gripe.

-Aun así -dijo el anciano-, ahora sabes cómo sigue y qué sale. Porque tú puedes cansarte, pero los números nunca.

Arriba en el techo la raya desapareció, y se pudo leer:

$$\frac{1}{\boxed{2}} + \frac{1}{\boxed{4}} + \frac{1}{\boxed{8}} + \frac{1}{\boxed{16}} + \frac{1}{\boxed{32}} + \frac{1}{\boxed{64}} \cdots = 1$$

-¡Fantástico! -exclamó el diablo de los números-. ¡Magnífico! ¡Pero ahora sigue!

-Estoy cansado. ¡Tengo que dormir!

-Pero ¿qué es lo que quieres? -preguntó el anciano-. Ya estás durmiendo. Al fin y al cabo estás soñando conmigo, y sólo se puede soñar cuando se duerme.

Robert tuvo que aceptar que era cierto, aunque poco a poco tenía la sensación de tener agujetas en el cerebro.

-Está bien -dijo-, una más de tus locas ideas, pero luego quiero descansar.

El diablo de los números alzó su bastoncillo y chasqueó los dedos. En el techo volvieron a aparecer unos cuantos números:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\dots=$$

-Exactamente lo mismo que antes -exclamó Robert-. También puedo alargar esta serie hasta cuando quiera. Cada nuevo número será menor que el anterior. Probablemente vuelva a salir uno.

-¿Tú crees? Entonces, miremos la cosa con un poquito más de atención. Cogeremos los dos primeros números.

Ahora, en el techo tan sólo estaban los dos primeros miembros de la serie:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$$

-¿Cuánto es esto?

-No lo sé -murmuró Robert.

-No te hagas más tonto de lo que eres -renegó el diablo de los números-. ¿Qué es más: la mitad o un tercio?

-La mitad, naturalmente -gritó enfadado Robert-. ¿Me tomas por estúpido?

-No, querido. Pero haz el favor de decirme sólo una cosa: ¿qué es más, un tercio o un cuarto?

-Naturalmente un tercio.

-Bueno. Tenemos dos quebrados, de los que cada uno es más que un cuarto, ¿y qué son dos cuartos?

-Qué pregunta más tonta, dos cuartos son la mitad.

-¿Lo ves? Así que

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \quad \text{es más que} \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

»Y si ahora cogemos los próximos cuatro miembros de la serie y los sumamos, vuelve a salir más de la mitad:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7}$$

-Eso es demasiado complicado para mí -rezongó Robert.

-¡Tonterías! -gritó el diablo de los números-. ¿Qué es más: un cuarto o un octavo?

-Un cuarto.
-¿Qué es más: un quinto o un octavo?
-Un quinto.
-Correcto. Y con el sexto y el séptimo pasa igual. De los cuatro quebrados

$$\frac{1}{4},\ \frac{1}{5},\ \frac{1}{6},\ \frac{1}{7}$$

cada uno de ellos es más que un octavo. ¿Y qué son cuatro octavos ?
A regañadientes, Robert respondió:
-Cuatro octavos son exactamente 1/2.
-Magnífico. Ahora tenemos

$$\underbrace{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}_{\text{más que } 1/2}+\underbrace{\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}}_{\text{más que } 1/2}+\underbrace{\frac{1}{8}+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}+\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+\cdots\frac{1}{15}}_{\text{más que } 1/2}+\frac{1}{16}\cdots$$

»Y así sigue. Hasta el infinito. Verás que ya los seis primeros miembros de esta serie dan más de 1 si se les suma. Y así podríamos seguir cuanto quisiéramos.
-Por favor, no -dijo Robert.
-Y si siguiéramos (no te preocupes, no vamos a hacerlo), ¿adónde iríamos a parar?
-Probablemente al infinito -dijo Robert-. ¡Es una cosa endemoniada!

-Sólo que llevaría bastante tiempo -explicó el diablo de los números.

»Hasta haber llegado al primer millar, y aunque calculáramos a enorme velocidad, creo que necesitaríamos hasta el fin del mundo. Así de lento aumenta la serie.

-Entonces dejémoslo -dijo Robert.

-Entonces dejémoslo.

La escritura del techo se borró muy lentamente, el viejo maestro desapareció sin ruido, el tiempo pasó. Robert despertó porque el sol le hacía cosquillas en la nariz. Cuando su madre le tocó la frente y dijo «¡Gracias a Dios, la fiebre ha remitido!», ya había olvidado lo fácil que podía ser deslizarse del uno al infinito.

La décima noche

Robert estaba sentado en su mochila, en medio de la nieve. El frío se le estaba metiendo en los huesos, y seguía nevando. No se veía una luz, una casa, un alma por ningún sitio. ¡Era una verdadera tormenta de nieve! Además, estaba oscuro. ¡Si la cosa seguía así, menuda noche! Sentía los dedos acorchados. No tenía ni idea de dónde estaba. ¿En el Polo Norte quizá?

Helado, Robert intentó con desesperación calentarse dándose palmadas. ¡No quería morir congelado! Pero al mismo tiempo un segundo Robert estaba sentado cómodamente en su sillón de mimbre y veía cómo el otro tiritaba. Así que uno puede soñar con uno mismo, pensó.

Y entonces los copos de nieve que el viento frío de afuera soplaba en el rostro al otro Robert se hicieron cada vez más grandes, y el primero, el verdadero Robert, que estaba sentado en el cálido sillón, vio que ninguno de esos copos de nieve era igual al otro. Todos esos grandes y suaves copos eran distintos. La mayoría tenía seis puntas o rayos. Y si se miraba con más atención se veía que el dibujo se repetía: estrellas de seis puntas dentro de una estrella de seis puntas, rayos que se ramificaban en rayos cada vez más pequeños, puntas que producían otras puntas.

Entonces un dedo le dio unos golpecitos en el hombro, y una voz conocida dijo:

-¿No son maravillosos esos copos?

Era el diablo de los números, que estaba sentado tras él.

-¿Dónde estoy? -preguntó Robert.

-Un momento, voy a encender la luz -respondió el anciano.

Estrellas de seis puntas dentro de una estrella de seis puntas, rayos que se ramifican en rayos cada vez más pequeños... «¿No son maravillosos estos copos?»

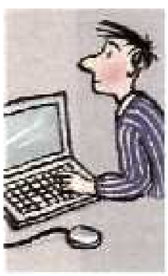
De pronto se hizo una luz radiante, y Robert se dio cuenta de que estaba sentado en un cine, una sala pequeña y elegante con dos filas de sillones rojos.

-Un pase privado -dijo el diablo de los números-. ¡Sólo para ti!

-Ya pensaba que iba a morir congelado -exclamó Robert.

-No era más que una película. Toma, te he traído una cosa.

Esta vez no era una simple calculadora de bolsillo. La cosa no era ni verde ni viscosa, y no era tan grande como un sofá, sino gris plata, con una pequeña pantalla que se podía abrir.



-¡Un ordenador! -exclamó Robert.

-Sí -dijo el anciano-. Una especie de portátil. Todo lo que tecleas aparece inmediatamente en esa pared de ahí delante. Además, puedes pintar directamente con el ratón en la pantalla del cine. Si quieres podemos empezar.

-¡Pero, por favor, nada de tempestades de nieve! Mejor calcular un poquito que morirse de frío en el Polo Norte.

-¿Por qué no tecleas unos cuantos números de Bonatschi?

-¡Tú y tu Bonatschi! -dijo Robert-. ¿Es tu favorito o qué?

Tecleó, y en la pantalla del cine apareció la serie de Bonatschi:

1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89···

-Ahora prueba a dividirlos -dijo el viejo maestro-. Siempre por parejas sucesivas. El mayor dividido entre el menor.

-Bien -respondió Robert. Tecleó y tecleó, curioso por saber lo que leería en la gran pantalla:

1:1 = 1
2:1 = 2
3:2 = 1,5
5:3 = 1,6666666666···
8:5 = 1,6
13:8 = 1,625
21:13 = 1,615384615···
34:21 = 1,619047619···
55:34 = 1,617647059···
89:55 = 1,618181818···

»¡Es una locura! -dijo Robert-. Otra vez esos números que nunca cesan. El 18 que se muerde la cola. Y algunos de los otros tienen un aspecto completamente irrazonable.

-Sí, pero aún hay otra cosa -le hizo notar el anciano. Robert reflexionó y dijo:

-Todos esos números varían arriba y abajo. El segundo es mayor que el primero, el tercero menor que el segundo, el cuarto otra vez un poquito mayor, y así sucesivamente. Siempre arriba y abajo. Pero, cuanto más dura esto, menos se alteran.

-Exactamente. Cuando coges Bonatschis cada vez más grandes, el péndulo oscila cada vez más hacia una cifra media, que es

$$1{,}618\ 033\ 989\ldots$$

»Pero no creas que éste es el final de la historia, porque lo que sale es un número irrazonable que nunca se termina. Te aproximas a él cada vez más, pero por más que calcules nunca lo alcanzarás del todo.

-Está bien -dijo Robert-. Los Bonatschi son así. Pero ¿por qué oscilan así en torno a esa cifra en particular?

-Eso -afirmó el anciano- no tiene nada de particular. Es lo que hacen todos.

-¿Qué quieres decir con todos?

-No tienen por qué ser los Bonatschi. Tomemos dos números apestosamente normales. Dime los dos primeros que se te ocurran.

-Diecisiete y once -dijo Robert.

-Bien. Ahora por favor súmalos.

-Puedo hacerlo de cabeza: 28.

-Magnífico. Te enseñaré en la pantalla cómo sigue:

11 + 17 = 28
17 + 28 = 45
28 + 45 = 73
45 + 73 = 118
73 + 118 = 191
118 + 191 = 309

-Comprendido -dijo Robert-. ¿Y ahora qué?

-Haremos lo mismo que hemos hecho con los Bonatschi. Dividir. ¡Repartir! Prueba tranquilamente a hacerlo.

En la pantalla aparecieron las cifras que Robert tecleaba, y lo que resultó fue esto:

17 : 11 = 1,545 454 ···
28 : 17 = 1,647 058 ···
45 : 28 = 1,607 142 ···
73 : 45 = 1,622 222 ···
118 : 73 = 1,616 438 ···
191 : 118 = 1,618 644 ···
309 : 191 = 1,617 801 ···

-Exactamente la misma cifra absurda -exclamó Robert-. No lo entiendo. ¿Es que está dentro de todos los números? ¿Funciona esto de verdad *siempre? ¿Empezando por dos números cualquiera? ¿Sin importar cuáles elija?*

-Sin duda -dijo el viejo maestro-. Por otra parte, si te interesa, te enseñaré qué otra cosa es 1,618...

En la pantalla apareció entonces algo espantoso:

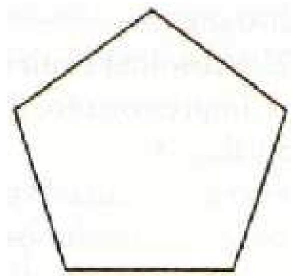
$$1{,}618\cdots = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{\cdots}}}}}}$$

-¡Un quebrado! -gritó Robert-. ¡Un quebrado tan espantoso que a uno le duelen los ojos, y que nunca, nunca termina! Odio los quebrados. El señor Bockel los ama, nos asedia con ellos constantemente. Por favor, déjame en paz con ese monstruo.

-Que no cunda el pánico. No es más que un quebrado en cadena. Pero es fantástico que nuestro absurdo número 1,618... se pueda producir a partir de un montón de unos cada vez más pequeños. Eso tienes que admitirlo.

-Todo lo que quieras, pero ahórrame los quebrados, especialmente aquellos que no tengan fin.

-Está bien, Robert. Sólo quería sorprenderte. Si el quebrado en cadena te molesta, haremos otra cosa. Ahora pintaré para ti un pentágono:



»Cada lado de este pentágono mide uno.

-¿Un qué? -preguntó enseguida Robert-. ¿Un metro, un centímetro o qué? ¿Quieres que lo mida después?

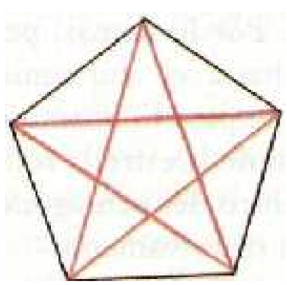
-Eso no tiene ninguna importancia.

El anciano volvía a estar ligeramente irritado.

-Digamos que cada lado del pentágono mide exactamente un cuang. ¿Podemos acordar eso entre nosotros, no? ¿De acuerdo?

-Bueno, por mí...

-Ahora pintaré una estrella roja dentro del pentágono:

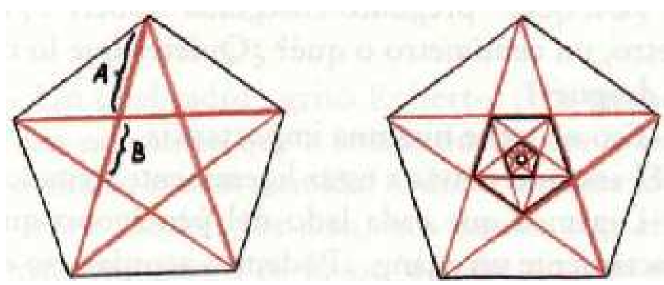


»La estrella está hecha de cinco rayas rojas. Por favor, elige una de ellas y te diré cuál es su longitud. Exactamente 1,618... cuangs, ni un poquito más ni un poquito menos.

-¡Es increíble! ¡Absoluta brujería!

Robert estaba impresionado. El diablo de los números sonrió halagado.

-Oh -dijo-, esto no es nada. Pon atención, ahora cogemos la estrella y medimos los dos trozos rojos que he señalado como A y B:



-A es un poquito más largo que B -constató Robert.

-Te diré cuánto más largo, para que no te rompas la cabeza. A mide exactamente 1,618... veces lo que mide B. Por lo demás, podríamos seguir así, ya sabes, hasta el aburrimiento, porque a nuestra estrella le pasa lo mismo que a los copos de nieve: dentro de la estrella roja hay un pentágono negro, dentro del pentágono negro una estrella roja, y así sucesivamente.

-¿Y siempre aparece ese enrevesado número irrazonable? -preguntó Robert.

-Tú lo has dicho. Si todavía no estás harto...

-No estoy en absoluto harto -aseguró Robert-. ¡Todo esto es bastante emocionante!

-Entonces trae tu portátil. Teclea esa enrevesada cifra, yo te la dictaré:

1,618 033 989...

»Bien. Ahora le restas 0,5:

1,618 033 989 - 0,5
= 1,118 033 989

»Y lo duplicas. Es decir, multiplicas por 2:

1,118 033 989 × 2
= 2,236 067 978

»Bien, y ahora saltas el resultado. Lo multiplicas por sí mismo. Para eso hay una tecla, la que pone x2:

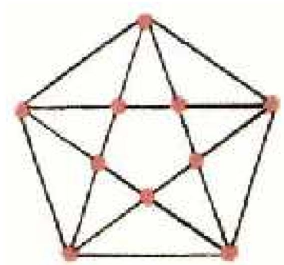
$2{,}236067978^2 = 5{,}000000000\ldots$

-Cinco -gritó Robert-. ¡Pero no es posible! ¿Cómo es que sale cinco? ¿Exactamente cinco?

-Bueno -dijo complacido el diablo de los números-, de ese modo volvemos a tener nuestro pentágono y nuestra estrella roja de cinco puntas dentro.

-Es diabólico -dijo Robert.

-Ahora, haremos unos cuantos nudos en nuestra estrella. Haremos un nudo allá donde las líneas se corten o coincidan:



»Cuenta cuántos nudos han salido.

-Diez -dijo Robert.

-Y ahora cuenta por favor las superficies blancas.

Robert contó once.

-Ahora aún tenemos que contar el número de líneas. Todas las que unen entre sí dos nudos.

Eso llevó un ratito, porque Robert se hizo un lío, pero por fin averiguó cuántas eran: 20 líneas.

-Exacto -dijo el anciano-. Y ahora voy a hacer un cálculo para ti:

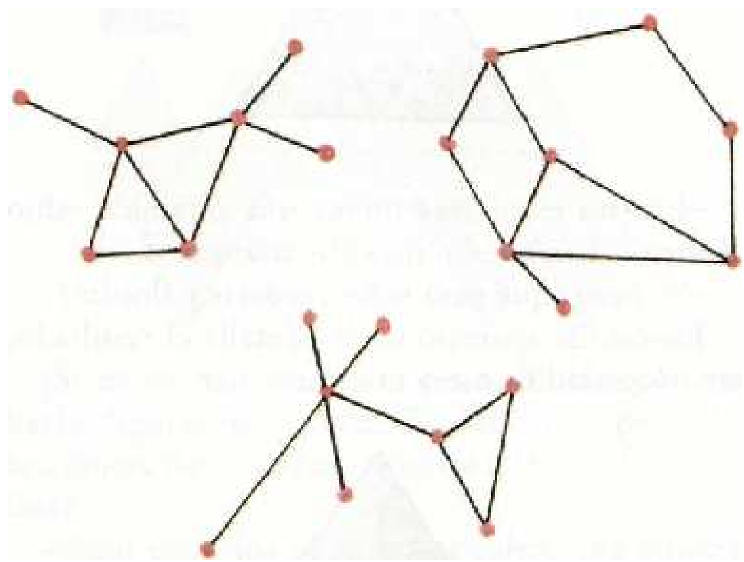
$$10 + 11 - 20 = 1$$
$$(N + S - L = 1)$$

»Si sumas los nudos y las superficies y les restas el número de líneas, sale uno.

-¿Y qué?

-Quizá pienses que eso solamente ocurre con nuestra estrella de cinco puntas. ¡No! La gracia está en que siempre sale uno, da igual la figura que cojas. Ya puede ser todo lo complicada e irregular que quiera. Inténtalo. Dibuja y verás.

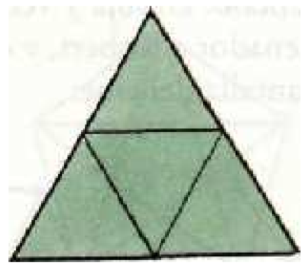
Le dio el ordenador a Robert, y éste dibujo con el ratón en la pantalla del cine:



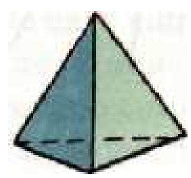
-No te molestes -dijo el anciano-. Ya he hecho la cuenta. La primera figura tiene siete nudos, dos superficies, ocho líneas. Sale 7 + 2 - 8 = 1. La segunda figura 8 + 3 - 10 = 1. La tercera 8 + 1 - 8 = 1. ¡Siempre el mismo uno!

»Por otra parte, esto no sólo vale para figuras planas. También funciona con dados o con pirámides o con diamantes pulidos. Sólo que entonces no sale 1, sino 2.

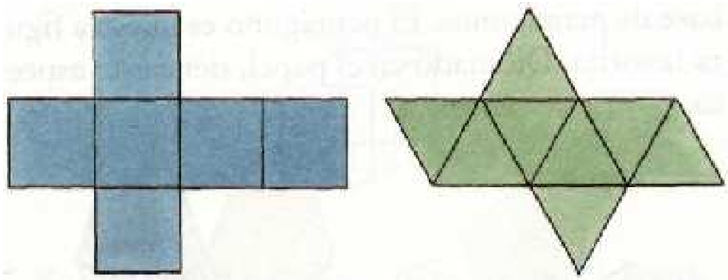
-Me gustaría verlo.
-Esto que ves en la pantalla es una pirámide:

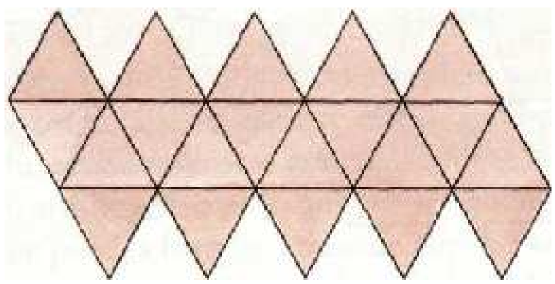


-Eso no es ni será nunca una pirámide -dijo Robert-. Eso no son más que triángulos.
-Sí, pero ¿qué pasa si los recortas y doblas?
Enseguida apareció en la pantalla el resultado, sin necesidad de tijera ni cola:



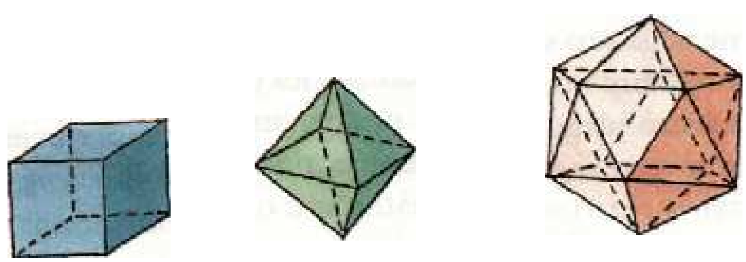
-Y puedes hacer lo mismo con las siguientes figuras -dijo el anciano, y dibujó distintas estructuras en la pantalla:



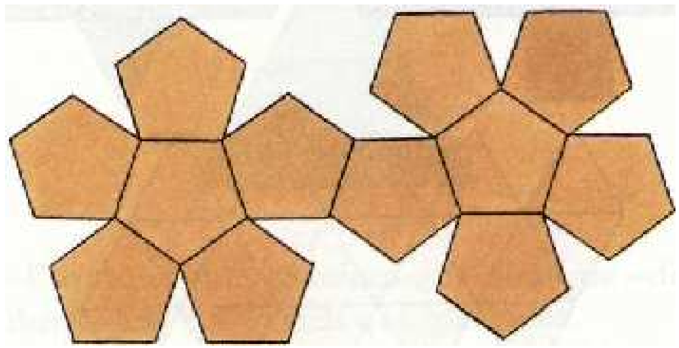


¡Si no es más que eso!, pensó Robert. Ya he hecho figuras otras veces. Recortando y pegando la primera figura se hace un cubo. Pero ¿y las otras dos?

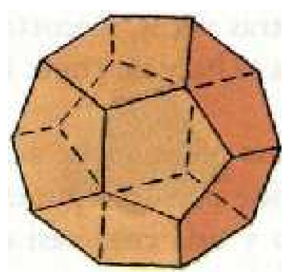
-Aquí están los objetos que salen: una especie de doble pirámide con una punta hacia arriba y otra hacia abajo y una cosa casi esférica hecha a base de veinte triángulos exactamente iguales:



»Incluso puedes construir una especie de bola a base de pentágonos. El pentágono es nuestra figura favorita. Dibujado en el papel, tiene este aspecto:

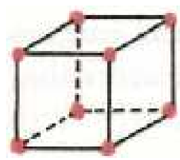


»Y si lo pegas queda así:



-No está mal -dijo Robert-. Quizá algún día me haga una cosa así.

-Ahora no, por favor. Ahora preferiría volver a nuestro juego con los nudos, líneas y superficies. Empecemos por el cubo, es el más sencillo:



Robert contó 8 nudos, 6 superficies, 12 líneas.

- 8 + 6 - 12 = 2 -dijo.

-¡Siempre dos! Da igual lo torcido o complicado que sea el objeto, siempre sale dos. Nudos más superficies menos líneas igual a dos. Regla de hierro. Sí, ardillita, eso es lo que ocurre con los cuerpos que puedes formar a base de papel. Pero también funciona con los brillantes de la sortija de tu madre. Probablemente incluso con los copos de nieve, lo que pasa es que siempre se funden antes de que termines de contar.

Mientras decía las últimas frases, la voz del anciano se había ido haciendo cada vez más débil, más algodonosa. El pequeño cine se había oscurecido, y en la pantalla empezó a nevar otra vez. Pero Robert no tuvo miedo. Sabía que estaba en un cálido cine, donde no se podía congelar aunque la vista se volviera cada vez más blanca.

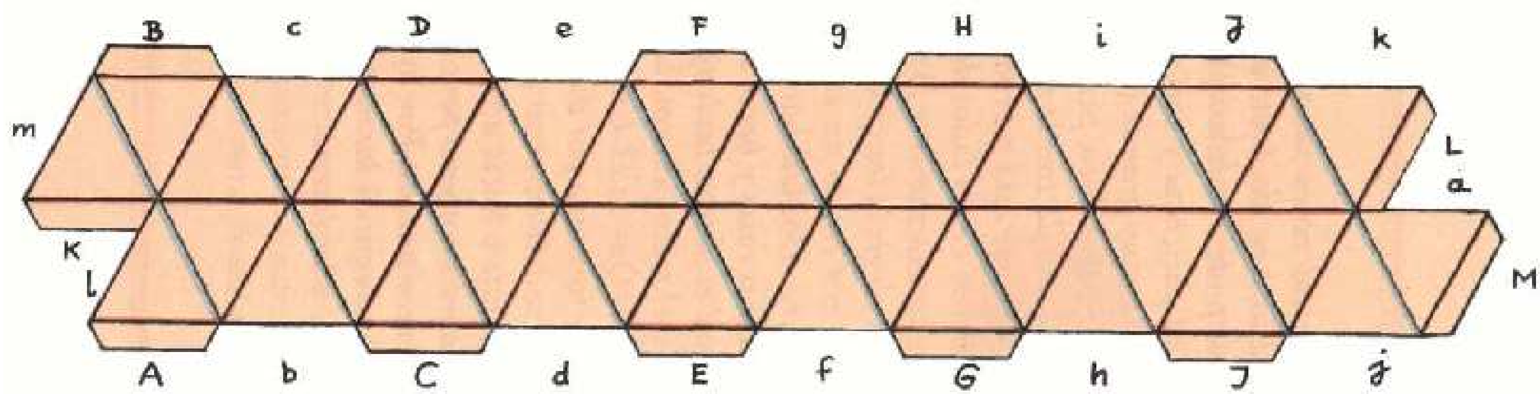
Cuando despertó, se dio cuenta de que no se encontraba bajo un manto de nieve, sino bajo su grueso edredón blanco. No tenía nudos ni líneas negras, y tampoco una auténtica superficie, y desde luego no era pentagonal. Y, naturalmente, también el hermoso ordenador plateado había desaparecido.

¿Qué pasaba con la enrevesada cifra? Uno coma seis, hasta ahí se acordaba, pero había olvidado el resto del infinito número.

El que tenga paciencia y sepa manejar las tijeras y el pegamento, que intente construir modelos con las figuras triangulares, cuadradas y pentagonales de las páginas anteriores. Naturalmente, tendréis que añadirles unas lengüetas para poder pegar las figuras recortadas.

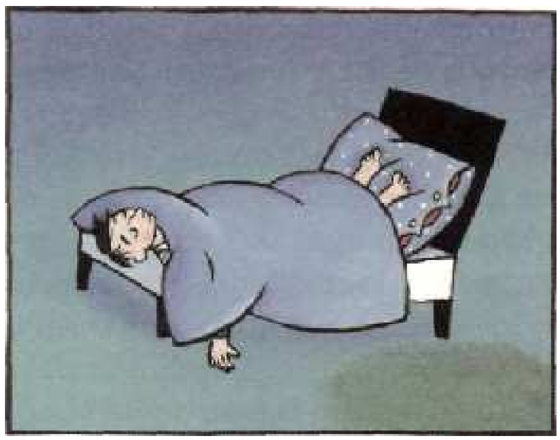
Si habéis terminado los cinco modelos y aún no os habéis cansado, hay un objeto especialmente refinado que podéis construir. Pero sólo si tenéis de verdad paciencia y sois muy precisos. Coged una hoja muy grande (por lo menos de 35 x 20 cm) de papel duro, pero que no sea cartón, y dibujad en ella con la mayor precisión posible la figura que está reproducida en la pág. 208: cada uno de los lados de los triángulos tiene que medir exactamente lo mismo que los otros. Podéis elegir la longitud que queráis, lo mejor son 3 o 4 cm (o un cuang). Luego, recortad la figura. Doblad hacia delante con la regla las líneas rojas y hacia atrás las azules. Luego, pegad el objeto: las lengüetas marcadas con A en el triángulo con las a, las B con las b, etcétera. ¿Qué sale? Una cosa completamente absurda formada por diez pequeñas pirámides, que podéis enroscar (¡pero con cuidado!) hacia delante o hacia atrás, y si lo hacéis os saldrá siempre un nuevo pentágono y una estrella de cinco puntas. Por lo demás, adivinad qué sale si contáis los nudos (o esquinas), las superficies y las líneas:

N+S-L=?



B
c
D
e
F
g
H
i
J
k
m
L
a
K
l
M
A
b
C
d
E
f
G
h
J
j

La undécima noche



Ya casi había oscurecido. Robert corría por el centro de la ciudad, por calles y plazas desconocidas. Corría tan rápido como podía, porque el señor Bockel andaba tras él. A veces, el perseguidor estaba tan cerca que Robert le oía jadear a sus espaldas. «¡Alto!», gritaba el señor Bockel, y Robert tenía que acelerar para escapar. No tenía ni idea de lo que ese tipo quería de él, ni de por qué escapaba. Solamente pensaba: Nunca me cogerá. ¡Está mucho más gordo que yo!

Pero cuando llegó a la siguiente esquina, vio a un segundo señor Bockel precipitándose sobre él desde la izquierda. Pasó corriendo el cruce, aunque el semáforo estaba en rojo, y entonces escuchó varias voces que gritaban a sus espaldas: «¡Robert, para! Solamente queremos sacar lo mejor de ti mismo».

Ahora eran tres o cuatro los Bockel que le pisaban los talones. De las calles laterales salían más y más profesores, que se parecían a su perseguidor como un huevo a otro huevo. Incluso desde delante de él salían a su encuentro.

Robert pidió auxilio.

Una mano huesuda le agarró y lo arrastró desde la calle a un pasaje de cristal. ¡Gracias a Dios!

Era el diablo de los números, que le susurraba:

-¡Ven! Conozco un ascensor privado que lleva al último piso.

El ascensor tenía espejos en las cuatro paredes, así que Robert se encontró frente a un infinito rebaño de diablos de los números y de chicos que eran copias exactas de Robert. ¡Esto me pasa por dedicarme a las cantidades infinitas!, pensó.

Sea como fuere, las voces de Bockel que se oían en la calle habían enmudecido. Pronto, Robert y el diablo de los números habían alcanzado el piso cincuenta. La puerta del ascensor se abrió sin ruido, y salieron a una espléndida azotea ajardinada.

-Esto ha sido siempre mi sueño -dijo Robert, dejándose caer en un columpio de jardín.

Abajo, en la calle, pudieron ver una reunión de personas que, vistas desde arriba, parecían hormigas.

-No sabía que hubiera tantos señor Bockel en el mundo -dijo Robert.

-Eso no importa. No tienes por qué temerlos -aseguró el anciano.

-Esas cosas no ocurren más que en sueños -murmuró Robert-. Si no hubieras llegado a tiempo no habría podido aclarar mis ideas.

-Para eso estoy aquí. Bueno, aquí no nos molestarán. ¿Qué ocurre?

-Llevo toda la semana, desde la última vez, pensando cómo está relacionado lo que tú me enseñaste. Bueno, tú me contaste un montón de trucos,

«No sabía que hubiera tantísimos señor Bockel en el mundo», dijo Robert.
«No tienes por qué tenerles miedo», aseguró el anciano.

eso es cierto. Pero yo me pregunto: ¿Por qué? ¿Por qué con esos trucos sale lo que sale? ¿Por ejemplo esa cifra enrevesada? ¿Y el cinco? ¿Por qué se comportan las liebres como si supieran qué es un número de Bonatschi? ¿Por qué no acaban nunca los números irrazonables? ¿Y por qué lo que tú dices cuadra siempre?

-¡Aaah! -dijo el diablo de los números-, ¿es eso? ¿Así que no quieres simplemente jugar con los números? ¿Quieres saber lo que hay detrás? ¿Las reglas del juego? ¿El sentido de todo esto? En una palabra, te planteas las mismas cuestiones que un verdadero matemático.

-¡A mí qué me importan los matemáticos! En el fondo siempre te has limitado a enseñarme algo, pero no lo has demostrado.

-Cierto -dijo el viejo maestro-. Tienes que disculparme, pero pasa una cosa: enseñar algo es fácil y divertido. Intuir algo tampoco está mal. Probar si es cierto lo que intuyes, aún mejor. Ya lo hemos hecho bastantes veces. Pero, por desgracia, todo eso no basta. Se trata de probarlo, incluso tú quieres ahora que te demuestren todo lo posible.

-Sin duda. Porque algunas de las cosas que me has dicho las veo, sin más. Pero otras cosas no entiendo cómo son, por qué y por qué así.

-En pocas palabras, estás insatisfecho. Eso es bueno. ¿Crees quizá que un diablo de los números como yo estaría satisfecho con lo que averiguase? ¡Jamás de los jamases! Por eso siempre estamos incubando nuevas pruebas. Es un eterno cavilar, sondear e ir probando. Pero cuando al fin vemos la luz (y eso puede llevar mucho tiempo, en las Matemáticas cien años pasan pronto), nos alegramos como niños con zapatos nuevos. Entonces somos felices.

-Exageras. No puede ser tan difícil encontrar las pruebas.

-No te haces idea. Aunque creas que has entendido una cosa, puede ocurrirte que de pronto te frotes los ojos y no tengas más remedio que aceptar que la cosa tiene un pero.

-¿Por ejemplo?

-Probablemente piensas que sabes cómo saltar con los números. Sólo porque no te resulta difícil pasar del 2 al 2 x 2 y del 2x2 al 2x2x2.

-Naturalmente: 21, 22, 23, etcétera. Es muy fácil.

-Sí, pero ¿qué pasa si saltas cero veces? 1o, 8o o 100o? ¿Sabes lo que sale? ¿Quieres que te lo diga? Te vas a reír, pero siempre sale uno:

$$1^0 = 1, \quad 8^0 = 1, \quad 100^0 = 1$$

-¿Cómo es posible? -preguntó perplejo Robert.

-¡Es mejor que no preguntes! Podría demostrártelo, pero creo que te volverías loco si lo hiciera.

-¡Inténtalo! -gritó Robert furioso.

Pero el viejo diablo de los números no perdió la calma.

-¿Has intentado alguna vez -preguntó- atravesar un caudaloso río?

-Ya me lo sé -gritó Robert-. ¡Me lo sé de sobra!

-No puedes nadar, porque la corriente te arrastraría enseguida. Pero en medio del río hay unas piedras grandes. ¿Qué haces entonces?

-Escojo unas piedras que estén tan cerca unas de otras como para poder saltar de una a otra. Si tengo suerte, cruzo. Si no, me quedo donde estaba.

-Exactamente igual ocurre con las pruebas. Pero, como llevamos ya un par de siglos haciendo todos los intentos posibles para cruzar el río, no hace falta que empieces por el principio. Ya hay en el río innumerables piedras en las que puedes confiar. Han sido probadas millones de veces. No son resbaladizas, no ceden, así que te garantizan un apoyo firme. Si tienes una idea nueva, una intuición, buscas a tu alrededor la piedra firme más cercana. Si puedes alcanzarla, vas saltando hasta llegar a la orilla. Si tienes cuidado, no te mojarás los pies.

-Ajá -dijo Robert-. Pero ¿dónde está la orilla en los números o en los pentágonos o en los números saltarines? ¿Puedes decírmelo?

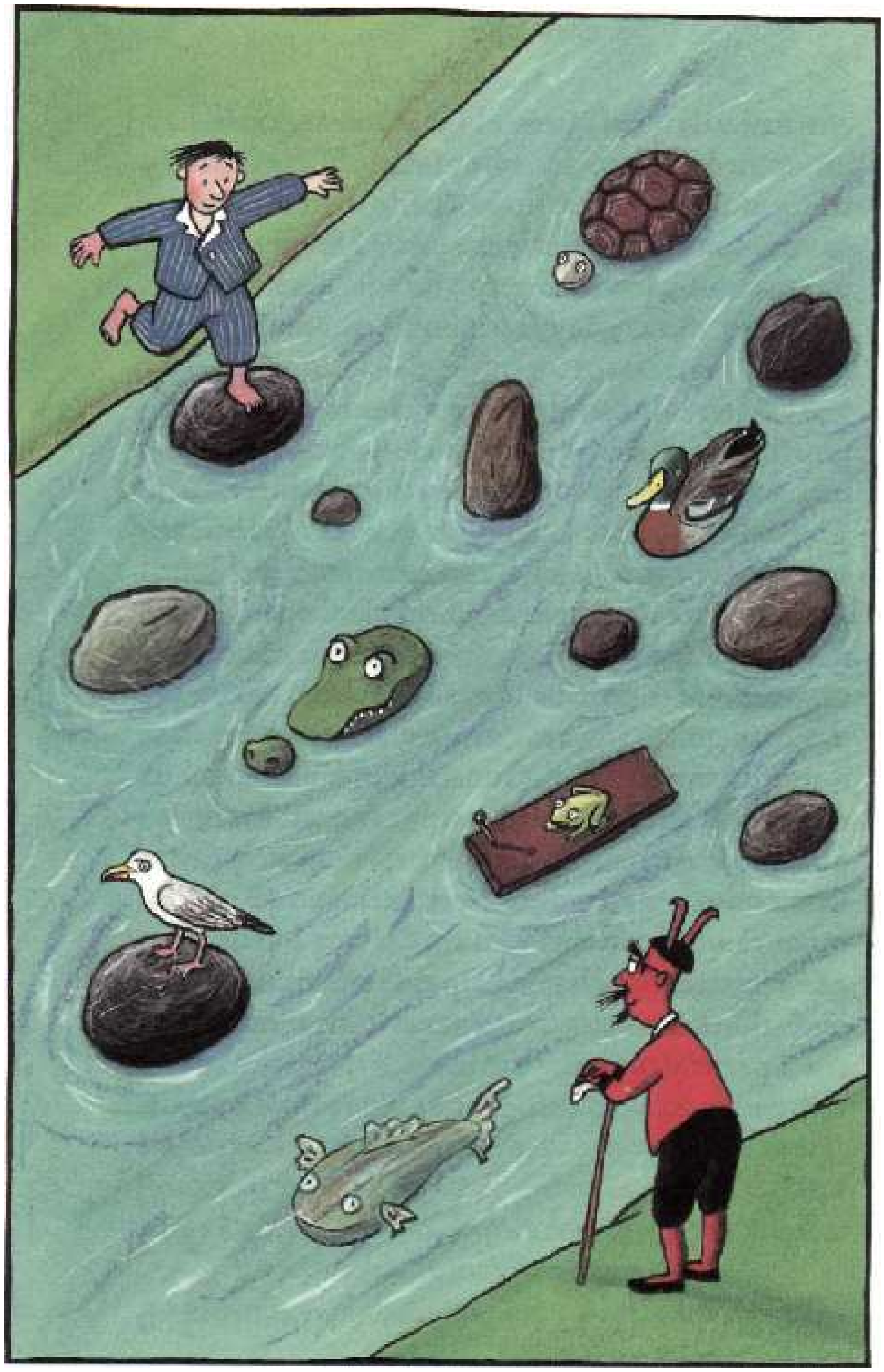
-Buena pregunta -dijo el diablo de los números-. La orilla son unos cuántos principios, tan sencillos que no hay otros más sencillos. Cuando vas a parar a ellos, se acabó. Eso se considera una prueba.

-¿Y qué clase de principios son ésos?

-Bueno, por ejemplo, éste: para cada número corriente, da igual que sea 14 o 14 mil millones, hay un número sucesivo y sólo uno, y lo encontrarás sumándole 1. O éste: no se puede dividir un punto, porque no tiene dimensión. O éste: por dos puntos en una superficie plana sólo puedes pasar una línea recta, que será infinita en ambas direcciones.

-Ya veo -dijo Robert-. ¿Y desde esos principios llegas, si sigues dando saltos, hasta esos números enrevesados o hasta los Bonatschi?

-Fácilmente. Y mucho más allá. Sólo que tienes que prestar muchísima atención en cada salto. Exactamente igual que en el río caudaloso. Algunas piedras están demasiado separadas, y entonces no puedes dar un salto hasta la próxima. Si de todas maneras lo intentas, te caes al agua. A menudo sólo avanzas dando rodeos, doblando muchos recodos, y a veces no es posible avanzar. Entonces quizá te surja una idea seductora, pero no puedes demostrar que conduce más adelante. O se demuestra que tu buena idea no era una buena idea. ¿Te acuerdas todavía de lo que te enseñé al principio? ¿De cómo se pueden crear todos los números a partir del uno?



«Tienes que prestar muchísima atención en cada salto. Las piedras están demasiado separadas. Si saltas caerás al agua», dijo el anciano maestro.

$$1 \times 1 = 1$$
$$11 \times 11 = 121$$
$$111 \times 111 = 12321$$
$$1111 \times 1111 = 1234321$$

Etcétera. Tenía toda la pinta de que se pudiera seguir siempre así.

-Sí, y tú te pusiste bastante furioso cuando afirmé que algo olía a podrido en ese asunto. Bueno, aunque sólo lo dije por enfadarte, porque en realidad no tenía ni idea.

-Con todo y con eso, tuviste un buen olfato. Después seguí calculando, y la verdad es que al llegar a

$$1\,111\,111\,111 \times 1\,111\,111\,111$$

me caí al agua. De pronto no salía más que una ensalada de números. ¿Entiendes? El truco tenía buen aspecto y funcionaba bien, pero al final todo eso no sirve de nada si no tienes la prueba.

»Ya ves que ni siquiera un astuto diablo de los números está a salvo de un resbalón. Me acuerdo de uno, se llamaba Johnny de Luna, que tuvo una idea magnífica. La escribió en una fórmula de la que pensaba que siempre se cumpliría. El muy loco la probó mil quinientos millones de veces, y siempre cuadraba. Casi se mató a calcular con su gigantesco ordenador, con mucha, mucha más exactitud que nosotros con nuestro enrevesado número 1,618... y, naturalmente, quedó convencido de que siempre ocurría así. Así que el bueno de Johnny descansó satisfecho.

»Pero no pasó mucho tiempo antes de que llegara otro diablo de los números, no recuerdo su nombre, que calculó aún más y con más precisión, ¿y qué salió? Que Johnny de Luna se había equivocado. Su maravillosa fórmula cuadraba casi siempre, pero no siempre. ¡Casi, pero no del todo! Bueno, el pobre diablo tuvo mala suerte. En aquella ocasión se trataba de los números de primera. Tienen tela, te lo aseguro. Y lo de las pruebas es una cuestión endiabladamente difícil.

-Eso creo yo -dijo Robert-. Incluso cuando no se trata más que de unas miserables trenzas. El señor Bockel, por ejemplo, cuando anda calculando *por qué se tarda no sé cuántas horas hasta que no* sé cuántos panaderos han hecho no sé cuántas de sus eternas trenzas... le ataca a uno los nervios, y desde luego no es tan emocionante como tus espectáculos.

-Creo que eres injusto con él. Tu señor Bockel tiene que pasarse el día peleando con vuestros deberes, y no puede dar saltos de una piedra a otra como nosotros, sin plan de estudios, simplemente a capricho. El pobre me da verdadera pena. Además, creo que se ha ido a casa, a corregir cuadernos.

Robert bajó la vista hacia la calle. De hecho, allá abajo todo estaba tranquilo y vacío.

-Algunos de nosotros -dijo el viejo maestro-, se lo ponen aún más difícil que vuestro Bockel. Por ejemplo, a uno de mis colegas mayores, el famoso Lord Russell, de Inglaterra, se le metió en la cabeza demostrar que 1 + 1=2. Aquí en esta hoja llevo escrito cómo lo hizo:

$*54{\cdot}42.\ \vdash :: \alpha \in 2 . \supset :. \beta \subset \alpha . \ !\beta . \beta \neq \alpha . \equiv . \beta \in \iota``\alpha$

<u>Dem.</u>

$\vdash . *54{\cdot}4 . \supset \vdash :: \alpha = \iota`x \cup \iota`y . \supset :.$

$\qquad \beta \subset \alpha . \exists ! \beta . \equiv : \beta = \Lambda . \text{v} . \beta = \iota`x . \text{v} . \beta = \iota`y . \text{v} . \beta = \alpha : \exists ! \beta$

$[*24{\cdot}53{\cdot}56 . *51{\cdot}161] \qquad \equiv : \beta = \iota`x . \text{v} . \beta = \iota`y . \text{v} . \beta = \alpha \quad (1)$

$\vdash . *54{\cdot}25 . \text{Transp} . *52{\cdot}22 . \supset \vdash : x \neq y . \supset . \iota`x \cup \iota`y \neq \iota`x . \iota`x \cup \iota`y \neq \iota`y :$

$[*13{\cdot}12] \supset \vdash : \alpha = \iota`x \cup \iota`y . x \neq y . \supset . \alpha \neq \iota`x . \alpha \neq \iota`y \quad (2)$

$\vdash . (1) . (2) . \supset \vdash :: \alpha = \iota`x \cup \iota`y . x \neq y . \supset :.$

$\qquad \beta \subset \alpha . \exists ! \beta . \beta \neq \alpha . \equiv : \beta = \iota`x . \text{v} . \beta = \iota`y :$

$[*51{\cdot}235] \qquad \equiv : (\exists z) . z \in \alpha . \beta = \iota`z :$

$[*37{\cdot}6] \qquad \equiv : \beta \in \iota``\alpha \quad (3)$

$\vdash . (3) . *11{\cdot}11{\cdot}35 . *54{\cdot}101 . \supset \vdash . \text{Prop}.$

$*54{\cdot}43 . \ \vdash :. \alpha, \beta \in 1 . \supset : \alpha \cap \beta = \Lambda . \equiv . \alpha \cup \beta \in 2$

<u>Dem.</u>

$\vdash . *54{\cdot}26 . \supset \vdash :. \alpha = \iota`x . \beta = \iota`y . \supset : \alpha \cup \beta \in 2 . \equiv . x \neq y .$

$[*51{\cdot}231] \qquad \equiv . \iota`x \cap \iota`y = \Lambda .$

$[*13{\cdot}12] \qquad \equiv . \alpha \cap \beta = \Lambda \quad (1)$

$\vdash . (1) . *11{\cdot}11{\cdot}35 . \supset$

$\qquad \vdash :. (\exists x, y) . \alpha = \iota`x . \beta = \iota`y . \supset : \alpha \cup \beta \in 2 . \equiv . \alpha \cap \beta = \Lambda \quad (2)$

$\vdash . (2) . *11{\cdot}54 . *52{\cdot}1 . \supset \vdash . \text{Prop}.$

-¡Brrr! -dijo Robert estremeciéndose-. ¡Es espantoso! ¿Para qué todo eso? Hasta yo sé que 1 + 1 = 2.

-Sí, también para Lord Russell estaba claro, pero quería saberlo con exactitud. Ya ves adónde puede llevar todo esto.

»Por lo demás, hay un montón de problemas que parecen casi tan sencillos como 1 + 1 = 2, y sin embargo es horriblemente difícil resolverlos. Por ejemplo, una gira. Imagina que viajas a América y allí tienes veinticinco conocidos. Cada uno de ellos vive en una ciudad distinta, y tú quieres visitarlos a todos. Ahora coges el mapa y piensas en cuál es la mejor manera. Los menos kilómetros posibles, para que no necesites tanto tiempo y tanta gasolina para el coche. ¿Cuál es la ruta más corta? ¿Cómo podrás encontrarla?

»Suena sencillo, ¿no? Pero te puedo asegurar que muchos se han roto la cabeza con ese problema. Los más astutos diablos de los números han intentado abrir esa nuez, pero nadie lo ha conseguido del todo.

-¿Cómo es posible? -se asombró Robert-. ¡No puede ser tan difícil! Pensaré en cuántas posibilidades hay. Las dibujaré en mi mapa y luego calcularé cuál es la más corta.

-Sí -dijo el anciano-. Por así decirlo, te harás una red con veinticinco nudos.

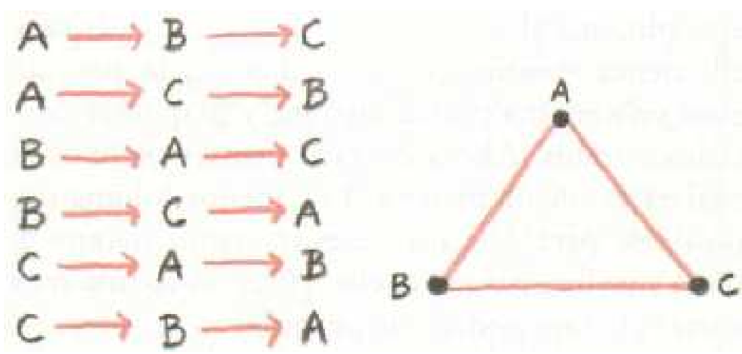
-Naturalmente, si quiero visitar a dos amigos, sólo hay una ruta, de A a B:

-Dos. También podrías viajar a la inversa, de B a A.

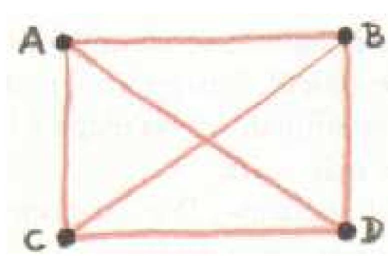
-El resultado es el mismo -dijo Robert.

-¿Y si son tres amigos?

-Entonces ya hay seis posibilidades:



»Por lo demás, todas esas rutas son igual de largas. Pero con cuatro empieza ya el tormento de la duda:



-Sí -dijo Robert-, pero no me apetece contar todas esas rutas.

-Son exactamente veinticuatro -dijo el diablo de los números-. Me temo que pasa más o menos como con el orden de los asientos de vuestra clase. Ya sabes el jaleo que hubo con Albert, Bettina, Charlie y los otros porque había tantas posibilidades distintas de sentarse en los bancos.

-¡Un caso claro! -Robert sabía cómo resolverlo-. Con tres alumnos, ¡tres pum!; con cuatro alumnos, ¡cuatro pum!, etc.

-Exactamente igual que en tu gira.

-¿Dónde está entonces el problema irresoluble? Sólo tengo que calcular cuántas rutas hay, y escoger entre ellas la más corta.

-¡Já! -gritó el anciano-. ¡Si fuera tan fácil! Pero con 25 amigos tienes ya ¡25 pum! posibilidades, y ésa es una cifra espantosamente grande. Más o menos

1 600 000 000 000 000 000 000 000 0

»Es imposible probarlas todas para saber cuál es la más corta. Incluso utilizando el mayor de los ordenadores, jamás llegarías al final.

-O sea, en una palabra, que no funciona.

-Eso depende mucho. Llevamos mucho tiempo rompiéndonos el cráneo sobre este asunto. Los más astutos diablos de los números lo han intentado con todos los trucos posibles, y han llegado a la conclusión de que a veces funciona y a veces no.

-Lástima -dijo Robert-. Si sólo funciona a veces, es medio asunto.

-Y lo que es peor, ni siquiera podemos demostrar definitivamente que no hay ninguna solución perfecta. Porque eso ya sería algo. Entonces no tendríamos que seguir buscando. Por lo menos habríamos probado que no hay prueba, y al fin y al cabo eso también sería una prueba.

-Mmm -dijo Robert-. Así que a veces también los diablos de los números fallan. Eso me tranquiliza. Ya creía que podíais hacer tanta magia como quisierais.

-Eso es solamente lo que parece. ¡Qué te crees, muchas veces me he quedado sin cruzar el río! En esas ocasiones, bastante me he tenido que alegrar de volver con los zapatos secos a la vieja orilla segura. Sabe Dios que no quiero decir que yo sea el más grande. Pero a los más grandes diablos de los números, quizá aún conozcas a algunos de ellos, les ocurre lo mismo. Eso sólo significa que las Matemáticas nunca están acabadas. Hay que decir que por suerte. Siempre queda algo por hacer, querido Robert. Y por eso ahora tienes que disculparme. Mañana temprano tengo que emplearme a fondo en el algoritmo simple para superficies politópicas...

-¿El qué? -preguntó Robert.

-La mejor forma de desenmarañar una madeja. Para eso tengo que haber dormido bien. Me voy a la cama. ¡Buenas noches!

El diablo de los números había desaparecido. El columpio en que había estado sentado se mecía aún con suavidad. ¿Qué sería eso de un polítopo? Da igual, pensó Robert. En cualquier caso, ya no tengo por qué temer al señor Bockel. Cuando esté tras de mí, seguro que el diablo de los números me saca del apuro.

Era una noche cálida, y era agradable sestear en la azotea ajardinada. Robert se columpió y se columpió, y no pensó en nada más hasta entrada la mañana.

La duodécima noche

Robert ya no soñaba. No había peces gigantes que quisieran tragárselo, ni hormigas que treparan por sus piernas, incluso el señor Bockel y sus muchos, muchos gemelos le dejaban en paz. No resbalaba, no era encerrado en ningún sótano, no se helaba de frío. En una palabra, dormía como no había dormido nunca.

Eso estaba bien, pero a la larga resultaba también un poquito aburrido. ¿Qué pasaba con el diablo de los números? ¿Quizá había tenido una buena idea y no podía demostrarla? O se había enredado en sus superficies polípicas (o como se llamaran esas cosas de las que había hablado la última vez).

¿Se habría simplemente olvidado de Robert?

¡Adiós a los sueños!, habría significado eso. Y ésa era una idea que a Robert no le gustaba nada. Su madre estaba asombrada, porque pasaba horas en el jardín dibujando nudos y redes en un papel para averiguar la forma más sencilla de visitar uno tras otro a todos esos amigos de América que no tenía.

-Es mejor que hagas tus deberes -decía entonces.

En una ocasión, el señor Bockel le pilló escondiendo una hoja bajo el pupitre durante la clase de Matemáticas.

-¿Qué tienes ahí, Robert? ¡Enséñamelo!

Pero Robert ya había hecho una bola con el papel con el gran triángulo de números de colores y le había tirado la pelota a su amigo Charlie. Charlie era de confianza. Él se encargaría de que el señor Bockel no llegara a saber lo que Robert se traía entre manos.

Una noche, volvió a dormirse tan profundamente y sin soñar que ni siquiera se dio cuenta de que alguien estaba llamando a golpes a su puerta.

-¡Robert! ¡Robert!

Pasó un rato largo hasta que despertó. Se levantó de la cama y abrió. Era el diablo de los números.

-Aquí estás al fin -dijo Robert-. Ya te echaba de menos.

-Rápido -dijo el anciano-. ¡Ven! Tengo una invitación para ti. ¡Toma!

Sacó de su bolsillo una tarjeta impresa con los bordes dorados y las letras en relieve. Robert leyó:


¡Por mensajero!
Por la presente se invita esta noche a

Robert

discípulo del diablo de los números

Teplotaxl

a la gran cena
en el infierno de los números /
cielo de los números.
El secretario general:

La firma era un garabato ilegible, con aspecto de ser persa o árabe.

Robert se vistió tan rápido como pudo.

-¿Así que te llamas Teplotaxl? ¿Por qué no me lo habías dicho nunca?

-Sólo los iniciados pueden saber cómo se llama un diablo de los números -respondió el anciano.

-¿Entonces ahora soy uno de ellos?

-Casi. De lo contrario no habrías recibido invitación.

-¡Qué curioso! -murmuró Robert-. ¿Qué significa esto de: «en el infierno de los números / cielo de los números»? O es una cosa u otra.

-Oh, ¿sabes?, paraíso de los números, infierno de los números, cielo de los números... en el fondo es todo lo mismo -dijo el anciano.

Estaba al lado de la ventana, y la abrió de par en par.

-Ya lo verás. ¿Estás listo?

-Sí -dijo Robert, aunque todo el asunto le resultaba un poco inquietante.

-Entonces súbete a mis hombros.

Robert temía resultar demasiado pesado al enjuto diablo de los números, porque sabe Dios que no era ningún gigante. Pero no quiso contradecirle. Y... mira tú por dónde, apenas estuvo sentado en los hombros del anciano, el maestro dio un fuerte salto y salió volando con Robert.

Una cosa así sólo puede pasar en sueños, pensó Robert.

Pero ¿por qué no? Un viaje por los aires sin motor, sin abrocharse los cinturones, sin la tonta azafata que siempre le ofrece a uno juguetes de plástico y cuadernos para colorear, como si uno tuviera tres años... ¡era un bonito cambio! Tras un silencioso vuelo, el diablo de los números acabó aterrizando con suavidad en una gran terraza.

-Aquí estamos -dijo, y bajó a Robert.

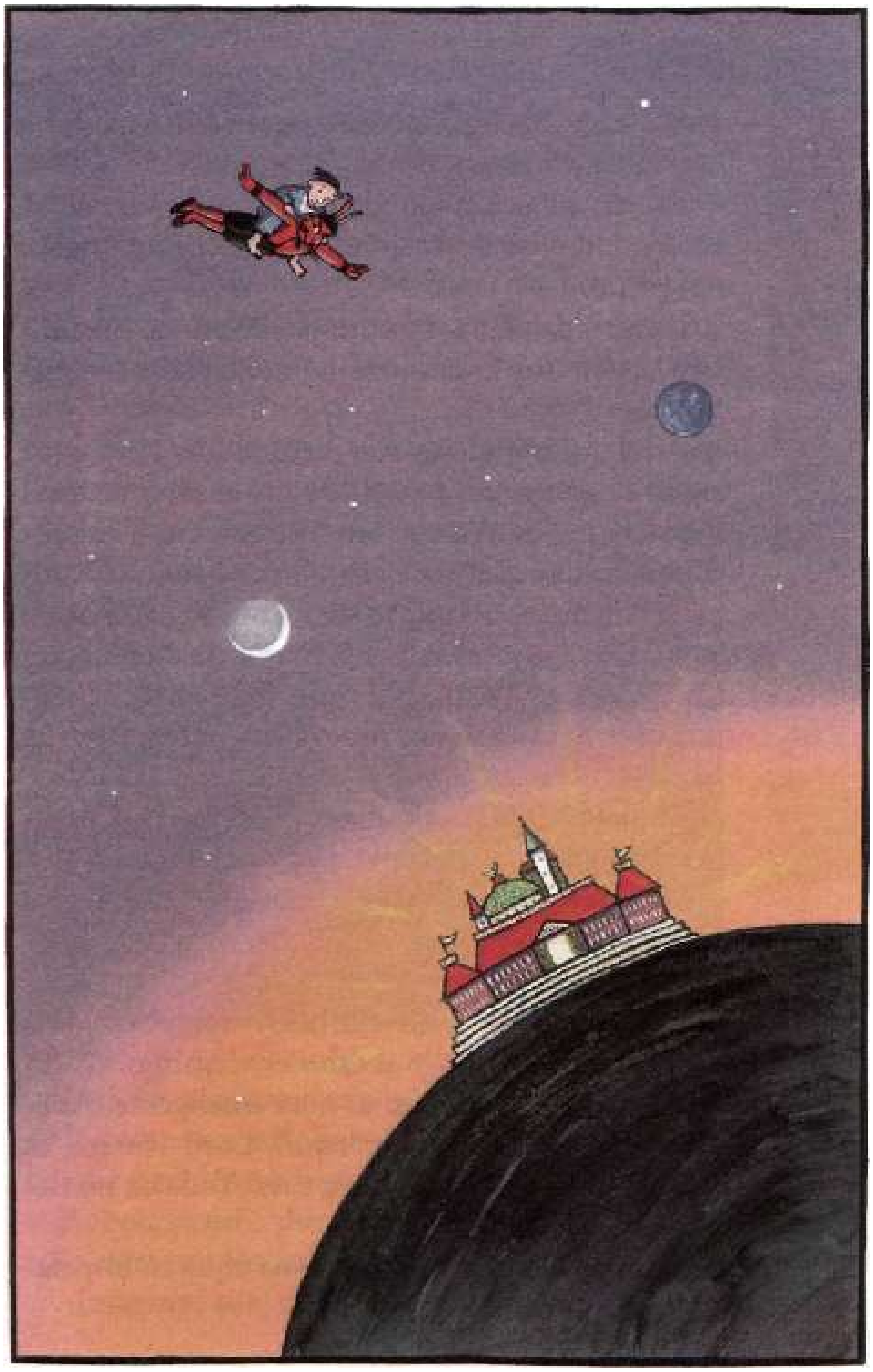
Se encontraban delante de un palacio alargado, espléndido y luminoso.

-¿Dónde está mi invitación? -preguntó Robert-. Creo que me la he dejado en casa.

-No importa -le tranquilizó el anciano-. Aquí entra todo el que realmente quiere. ¡Pero quién sabe dónde está el paraíso de los números! Por eso son los menos quienes lo encuentran.

De hecho, los altos batientes de la puerta estaban abiertos, y nadie se preocupó de los visitantes.

Entraron y llegaron a un pasillo de inaudita lon-



Apenas estuvo sentado en los hombros del anciano, el diablo de los números salió volando con Robert. Una cosa así sólo puede pasar en los sueños, pensó Robert.

gitud, con muchas, muchas puertas. La mayoría estaban entornadas, o totalmente abiertas.

Robert echó una mirada curiosa al primer cuarto. Teplotaxl se llevó el índice a los labios y dijo:

-¡Psss!

Dentro había un hombre viejísimo, de cabellos blanquísimos y enooorme nariz. Hablaba consigo mismo:

-Todos los ingleses son mentirosos. Pero ¿qué significa que yo diga eso? Al fin y al cabo yo también soy inglés. Así que también miento. Pero entonces lo que acabo de afirmar, que todos los ingleses mienten, no puede ser cierto. Pero, si dicen la verdad, entonces también lo que he dicho antes tiene que ser verdad. ¡Así que mentimos! -mientras murmuraba de este modo, el hombre no cesaba de caminar en círculos.

El diablo de los números hizo una seña a Robert, y siguieron adelante.

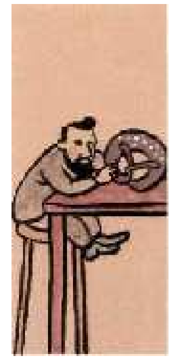
-Ese es el pobre Lord Russell -explicó el guía a su invitado-. Ya sabes, el que demostró que 1 + 1 = 2.

-¿No está un poco chiflado? Tampoco sería sorprendente. Al fin y al cabo es viejísimo.

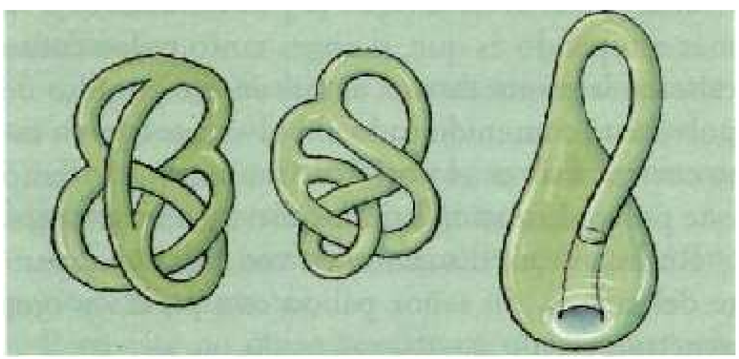
-¡No creas! Este tipo es muy inteligente. Además, ¿qué significa viejo aquí? Lord Russell es uno de los más jóvenes de la casa. Todavía no lleva a las espaldas ni 150 años.

-¿Tenéis otros aún más viejos aquí en el palacio?

-Enseguida lo verás -dijo Teplotaxl-. En el infierno de los números, es decir, en el cielo de los números, nadie muere.



Llegaron a otra puerta, que estaba abierta de par en par. En la habitación había un hombre tan diminuto que Robert sólo lo descubrió tras larga búsqueda. El cuarto estaba lleno de objetos curiosos. Unos cuantos de ellos eran grandes trenzas de cristal. Al señor Bockel le gustarían, pensó Robert, aunque no se pueden comer y tienen extrañas formas. Estaban enredados de manera curiosa y tenían muchos huecos. Y también había una botella de cristal verde.



-Mírala atentamente -le dijo al oído el diablo de los números a Robert-. En esa botella no se sabe qué está dentro y qué fuera.

Robert pensó: ¡No es posible! Una botella así sólo existe en los sueños.

-Imagina que quisieras pintarla de azul por dentro y de rojo por fuera. No se puede. No tiene borde en ningún sitio. Nunca sabrías dónde termina la parte roja y dónde empieza la azul.

-¿Y la inventó ese señor diminuto de ahí? Cabría cómodamente en su propia botella.

-¡No tan alto! ¿Sabes cómo se llama? ¡Señor Klein! En alemán su nombre significa pequeño. Ven, tenemos que seguir.

Pasaron por delante de muchas otras puertas. A menudo colgaba en ellas un cartel que decía: Se ruega no molestar. Se detuvieron ante otra puerta abierta. Las paredes y muebles de la habitación estaban cubiertos de un fino polvo.

-Esto no es polvo normal -dijo Teplotaxl-. Tiene más granitos de los que es posible contar. Y lo más estupendo es que, si coges tanto polvo como cabe en la punta de una aguja, en ese poquito de polvo está contenido todo el polvo que hay en este cuarto. Éste es el profesor Cantor, que inventó este polvo. En latín, Cantor quiere decir cantante.

Realmente, se oía cantar en voz baja al habitante del cuarto, un señor pálido con perilla y ojos penetrantes:

-¡Infinito por infinito es igual a infinito! -y mientras lo decía bailoteaba nervioso en círculos. Superinfinito por infinito es igual a superinfinito.

Sigamos rápido, pensó Robert.

Su amigo llamó educadamente a una de las siguientes puertas, y una voz amigable dijo:

-Adelante.

Teplotaxl tenía razón, todos los habitantes del palacio eran tan viejos que el diablo de los números, comparado con ellos, parecía un muchacho. Pero los dos ancianos que encontraron ahora daban una impresión muy vivaz. Uno de ellos tenía los ojos muy grandes y llevaba una peluca.

-Por favor, adelante, caballeros. Mi nombre es Euler, y éste es el profesor Gauss.

El último tenía un aspecto severo, y apenas levantaba la vista de sus papeles. Robert tuvo la sensación de que la visita no le era especialmente bienvenida.

-Precisamente estábamos charlando acerca de los números de primera -dijo el amigable-. Seguro que sabe usted que se trata de un tema interesantísimo.

-Oh, sí -dijo Robert-. Nunca se sabe cómo tratar con ellos.

-En eso tiene razón. Pero con ayuda de mis colegas sigo esperando aún hallar su pista.

-¿Y qué está haciendo el profesor Gauss, si me permite la pregunta?

Pero éste no quiso revelar en qué estaba pensando.

-El señor Gauss ha hecho un descubrimiento muy sorprendente. Se dedica a una clase de números enteramente nueva. ¿Cómo la ha llamado, querido amigo?

-i -dijo el señor de mirada severa, y eso fue todo lo que dijo.

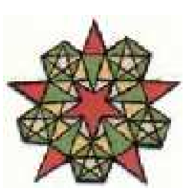
-Se trata de los números imaginados -explicó Teplotaxl-. Por favor, caballeros, disculpen la molestia.

Y así siguieron. Se asomaron un momento a ver a Bonatschi, cuyo cuarto hervía de liebres. Luego pasaron por delante de habitaciones en las que trabajaban, charlaban y dormían indios, árabes, persas e hindúes, y cuanto más avanzaban más viejos parecían los ocupantes.

-Ése de ahí, que parece un marajá -dijo Teplotaxl-, tiene por lo menos dos mil años.

Las habitaciones ante las que pasaban se iban haciendo cada vez más grandes y espléndidas, hasta que al fin el anciano se encontró junto a Robert delante de una especie de templo.

-Ahí no podemos entrar -dijo el diablo de los números-. Ese hombre vestido de blanco es tan importante que un pequeño diablo como yo ni siquiera puede dirigirse a él. Viene de Grecia, y lo que ha inventado supera todo lo demás. ¿Ves los azulejos del suelo? Estrellas de cinco puntas y pentágonos. Quería cubrir todo el suelo con ellos, sin que quedara ni una ranura, y cuando no pudo descubrió los números irrazonables. El rábano de cinco y el rábano de dos. ¿Te acuerdas de lo enrevesados que son esos números?



-Claro que sí -aseguró Robert.

-Se llama Pitágoras -le susurró el diablo de los números-. ¿Y sabes qué otra cosa inventó? La palabra Matemática. Bueno, estamos llegando.

La sala en la que entraron era la más grande que Robert había visto nunca, más grande que una catedral y más grande que un polideportivo, y mucho, mucho más hermosa. Las paredes estaban decoradas con mosaicos de cambiantes diseños. Una gran escalera exenta llevaba hacia arriba, tan alto que no se veía su final. En un rellano había un trono dorado, pero estaba vacío.

Robert se asombró. No se había imaginado tan lujosa la vivienda del diablo de los números.

-¡Qué infierno ni qué demonios! -dijo-. ¡Un paraíso es lo que es esto!

-No digas eso. ¿Sabes?, no me puedo quejar, pero a veces, por las noches, cuando no avanzo con mis problemas, ¡es para volverse loco! Sólo se está a un paso de la solución, y de pronto uno se topa con un muro... ¡eso es el infierno!

Robert guardó silencio, diplomáticamente, y miró a su alrededor. Sólo ahora veía una mesa casi interminable, puesta en medio de la sala. Alineados contra la pared había criados, y justo al lado de la entrada vio a un tipo alto como un árbol, con un mazo en la mano. El hombre tomó impulso y golpeó el mazo contra un gran gong que resonó en todo el palacio.

-Ven -dijo Teplotaxl-, nos buscaremos un sitio allí al final.

Mientras tomaban asiento al final de la mesa, entraron los diablos de los números más importantes. Robert reconoció a Euler y al profesor

Gauss, y también a Bonatschi, que llevaba una liebre en el hombro. Pero a la mayoría de esos caballeros no los había visto nunca. Había entre ellos egipcios que avanzaban solemnemente, hindúes con puntos rojos en la frente, árabes con chilaba, monjes con cogulla y también negros e indios, turcos con sables curvos y americanos vestidos con vaqueros.

Robert estaba asombrado de cuántos diablos de los números había y qué pocas mujeres había entre ellos. Vio como máximo seis o siete figuras femeninas, y al parecer tampoco se les tomaba especialmente en serio.

-¿Dónde están las mujeres? ¿No pueden entrar aquí? -preguntó.

-Antes no querían saber nada de ellas. Las Matemáticas, se decía en el palacio, son cosa de hombres. Pero creo que eso va a cambiar.

Los miles de invitados se acercaron a sus sillas musitando saludos. Entonces, el hombre enorme de la entrada golpeó una vez más en el gong, y se hizo el silencio. En la gran escalera apareció un chino con ropas de seda y tomó asiento en el trono dorado.

-¿Quién es? -preguntó Robert.

-Es el inventor del cero -susurró Teplotaxl.

-¿El es el más grande?

-El segundo más grande -dijo el diablo de los números-. El más grande de todos vive allí arriba, donde termina la escalera, en las nubes.

-¿El también es un chino?

-¡Si yo lo supiera! No lo hemos visto ni una sola vez. Pero todos lo respetamos. Él es el jefe de todos los diablos de los números, porque inventó el uno. Quién sabe, quizá ni siquiera sea un hombre. ¡Quizá sea una mujer!

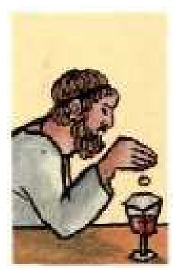
Robert estaba tan impresionado que mantuvo la boca cerrada durante largo tiempo. Entre tanto, los criados habían empezado a servir la cena.

-Son tartas -exclamó Robert.

-¡Psss! No tan alto, muchacho. Aquí sólo comemos tartas, porque las tartas son redondas y el círculo es la más perfecta de todas las figuras. Prueba.

Robert nunca había comido algo tan sabroso.

-Si quieres saber lo grande que es una tarta, ¿cómo lo harás?



-No lo sé. Tú no me lo has contado, y en el colegio aún estamos con las trenzas.

-Para eso te hace falta un número irrazonable, el más importante de todos. Ese caballero sentado a la cabecera de la mesa lo descubrió hace más de dos mil años. Uno de los griegos. Si no lo tuviéramos, es posible que hoy siguiésemos sin saber con exactitud lo grande que es una tarta, o nuestras ruedas, nuestros anillos y nuestros tanques de gasolina. Sencillamente, todo lo que es redondo. Incluso la Luna y nuestra Tierra. Sin el número pi no hay nada que hacer.

Mientras, se oía un zumbar y un bullir en la sala, de lo animadamente que charlaban los diablos de los números. La mayoría comía con apetito, sólo algunos miraban al cielo perdidos en sus pensamientos y hacían bolitas de masa de tarta. También había bebida de sobra, por suerte servida en vasos de cristal pentagonales, y no en la loca botella del señor Klein.

Cuando terminó la cena resonó el gong, el inventor del cero se levantó de su trono y desapareció en las alturas. Poco a poco también se levantaron los demás diablos de los números, empezando naturalmente por los más importantes, y volvieron a sus estudios. Al final sólo siguieron sentados Robert y su protector.

Un señor de brillante uniforme, en el que Robert no se había fijado, se acercó a ellos. Seguro que es el secretario general, pensó Robert, el hombre que firmaba mi invitación.

-Bueno -dijo el dignatario con gesto severo-, ¿así que éste es su aprendiz? Bastante joven, ¿no cree? ¿Es capaz de hacer ya un poquito de magia?

-Aún no -respondió el amigo de Robert-, pero si sigue así seguro que empezará pronto.

-¿Y qué pasa con los números de primera? ¿Sabe cuántos hay?

-Exactamente los mismos que de los normales, los impares y los saltarines -dijo Robert con rapidez.

-Muy bien, entonces le dispensaremos de más pruebas. ¿Cómo se llama?

-Robert.

-Levántate, Robert. Por la presente te admito en el rango inferior de aprendiz de los números, y en señal de tu dignidad te concedo la orden pitagórica de los números de quinta clase.

Con estas palabras le colgó al cuello una pesada cadena, de la que pendía una estrella de oro de cinco puntas.

-Muchas gracias -dijo Robert.

-Naturalmente, esta distinción tiene que permanecer secreta -añadió el secretario general, y sin dedicar ni una mirada a Robert giró sobre sus talones y desapareció.

-Bueno, eso estuvo bien -dijo el amigo y maestro de Robert-. Ahora me voy. Desde este momento tendrás que ver cómo te las arreglas solo.

-¿Cómo? ¡No puedes dejarme en la estacada, Teplotaxl! -gritó Robert.

-Lo siento, pero tengo que volver al trabajo -respondió el anciano.

Robert vio que estaba conmovido, y él también tenía ganas de llorar. No se había dado cuenta de cuánto quería a su diablo de los números. Pero, naturalmente, ni el uno ni el otro querían que se les notara, así que Teplotaxl se limitó a decir:

-Que te vaya bien, Robert.

-*Ciao -dijo Robert.*

Y su amigo ya había desaparecido. Ahora Robert estaba sentado, completamente solo, en la gigantesca sala, ante la mesa vacía. ¿Cómo demonios voy a volver a casa ahora?, pensó. Tenía la sensación de que la cadena que llevaba al cuello se hacía más pesada a cada minuto. Además, tenía la fantástica tarta clavada en el estómago. ¿Habría bebido una copa de más? En cualquier caso, apoyó la cabeza en su silla y pronto se quedó tan profundamente dormido como si nunca hubiera salido volando por la ventana a hombros de su maestro.

Cuando despertó estaba, naturalmente, en su cama, como siempre, y su madre lo sacudía y le decía:

-Ya es hora, Robert. Si no te levantas enseguida llegarás tarde al colegio.

Ag, se dijo Robert, siempre lo mismo. En sueños le dan a uno las mejores tartas, y si se tiene suerte incluso le cuelgan a uno al cuello una estrella de oro, pero apenas despiertas se acabó todo.

Mientras, en pijama, se limpiaba los dientes algo le hizo cosquillas en el pecho, y al mirar encontró una diminuta estrella de cinco puntas colgando de una fina cadenita de oro.

Apenas podía creerlo. ¡Esta vez el sueño le había traído algo real!

Al vestirse, se quitó la cadenita con la estrella y se la metió en el bolsillo del pantalón, para que su madre no pudiera hacerle preguntas tontas. ¿De dónde has sacado esa estrella?, preguntaría enseguida. ¡Un chico como es debido no lleva joyas!

Era imposible para Robert explicarle que era una orden secreta.

En el colegio las cosas fueron como siempre, sólo que el señor Bockel daba la impresión de estar muy cansado. Se parapetaba tras su periódico. Al parecer, quería zamparse sus trenzas sin ser molestado. Por eso había ideado unos deberes que, estaba seguro, la clase necesitaría el resto de la hora para resolverlos.

-¿Cuántos alumnos tiene vuestra clase? -había preguntado. Enseguida, la aplicada Doris se había levantado y había dicho:

-Treinta y ocho.

-Bien, Doris. Ahora, escuchad bien. Al primer alumno de delante, ¿cómo se llama?, Albert, sí, Albert, le daremos una trenza. Tú, Bettina, que eres la segunda, recibirás dos trenzas, Charlie tres, Doris cuatro, y así sucesivamente hasta el treinta y ocho. Ahora, por favor, calculad cuántas trenzas necesitaremos para que de este modo toda la clase tenga las que les corresponden.

¡Otra vez unos deberes típicamente embockelados! ¡Que se vaya al diablo!, pensó Robert. Pero no dejó que se le notara nada.

El señor Bockel empezó a leer el periódico con toda tranquilidad, y los alumnos se inclinaron sobre sus cuadernos de cuentas.

Naturalmente, a Robert no le apetecía hacer esos estúpidos deberes. Se quedó allí sentado mirando las musarañas.

-¿Qué pasa, Robert? Vuelves a soñar -gritó el señor Bockel. Así que no quitaba ojo a sus alumnos.

-Estoy en ello -dijo Robert, y empezó a escribir en su cuaderno:

$$1+2+3+4+5+6 \cdots$$

¡Dios mío, qué aburrido! Ya al llegar al once se trabucó. ¡Tenía que pasarle a él, el portador de la orden pitagórica de los números, aunque sólo fuera de quinta clase! Entonces se dio cuenta de que ni siquiera llevaba su estrella. Se la había olvidado en el bolsillo del pantalón.

Con cuidado, la sacó y se colgó la cadenita, sin que el señor Bockel se diera cuenta, al cuello: donde tenía que estar. En el mismo instante, supo cómo podía resolver el asunto de manera elegante. No en vano se sabía los números triangulares. ¿Cómo era eso? Escribió en su cuaderno:

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 12 & 11 & 10 & 9 & 8 & 7 \\ \hline 13 & 13 & 13 & 13 & 13 & 13 \end{array}$$

$$6 \times 13 = 78$$

¡Si eso funcionaba con los números que iban del uno al doce, también tenía que hacerlo con los que iban del uno al treinta y ocho!

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & \cdots & 18 & 19 \\ 38 & 37 & 36 & \ldots & 21 & 20 \\ \hline 39 & 39 & 39 & \ldots & 39 & 39 \end{array}$$

$$19 \times 39 = ?$$

Bajo el pupitre, sacó con cuidado su calculadora de la cartera y tecleó:

$$19 \times 39 = 741$$

-¡Ya lo tengo! -gritó-. ¡Es un juego de niños!

-¿Cómo? -dijo el señor Bockel, dejando caer su periódico.

-741 -dijo Robert muy bajito.

Se hizo un absoluto silencio en la clase.

-¿Cómo lo sabes? -preguntó el señor Bockel.

-¡Ooooh! -respondió Robert-, se calcula solo.

Y tocó la estrellita bajo su camiseta y pensó agradecido en su diablo de los números.

¡Aviso!

En los sueños, todo es diferente al colegio o a la ciencia. Cuando Robert y el diablo de los números hablan, se expresan a veces de forma bastante extraña. Tampoco esto es sorprendente, pues El diablo de los números es precisamente una extraña historia.

¡Pero no creáis que todo el mundo entiende las palabras que ambos utilizan! Vuestro profesor de Matemáticas, por ejemplo, o vuestros padres. Si les decís saltar o rábano, no entenderán qué quiere decir. Entre los adultos se habla de otra forma: en vez de saltar se dice elevar al cuadrado o ele-*var a la potencia y en lugar de rábano escriben raíz en la pi-*zarra. Los números de primera se llaman en la clase de Matemáticas números primos, y vuestro profesor jamás dirá ¡C*inco pum!, porque para eso tiene una expresión extranje-*ra que es facultad de cinco.

En los sueños no existen estas expresiones especializadas. Nadie sueña con palabras extranjeras. Así que cuando el diablo de los números habla en imágenes y hace saltar los números en vez de elevarlos a potencias, no es sólo cosa de niños: en sueños, todos hacemos lo que queremos.

Pero en la clase uno no se duerme, y raras veces sueña. Por eso vuestro profesor tiene razón cuando se expresa como todos los matemáticos del mundo. Por favor, dejaos orientar por él, porque de lo contrario podría haber enfados en el cole.

Lista para buscar y encontrar

Quien haya leído el libro y no sepa cómo se llama en él lo que necesita en ese momento, puede mirar en esta lista para encontrarlo con rapidez.

En ella encontraréis, por orden alfabético, no sólo las palabras de los sueños que emplean el diablo de los números y Robert, sino también los conceptos «correctos», los oficiales, los que usan los matemáticos. Están recogidos en escritura normal, mientras que las palabras de los sueños están en cursiva.

Por otra parte, en la lista aparecen unas cuantas expresiones que no figuran ni en el propio libro. Pero no tenéis por qué preocuparos por ellas.

Podría ser que El diablo de los números cayera en manos de profesores de Matemáticas u otros adultos. Esas entradas están pensadas para ellos, para que también tengan algo de lo que reírse.

Agradecimientos

Dado que el autor no es matemático, tiene todos los motivos para dar las gracias a quienes le han ayudado.

El primero de todos fue su profesor de Matemáticas, Theo Renner, discípulo de Sommerfeld, que -al contrario que el señor Torpón- supo demostrar una y otra vez que en las Matemáticas predomina el placer y no el espanto.

Entre los diablos de los números más recientes cuyos trabajos han sido aprovechados, hay que mencionar a John H. Conway, Philip J. Davis, Keith Devlin, Ivar Ekeland, Richard K. Guy, Reuben Hersh, Konrad Jacobs, Theo Kempermann, Imre Lakatos, Benoit Mandelbrot, Heinz-Otto Peitgen e Ian Stewart.

Pieter Moree, del Instituto Max Planck de Matemáticas de Bonn, tuvo la amabilidad de revisar el texto y corregir unos cuantos fallos. Naturalmente, ninguno de los mencionados caballeros es responsable de los sueños de Robert.

H. M. E.
Munich, otoño de 1996